

NORGES VASSDRAGS-OG ELEKTRISITETSVESEN



OM ISTRYKK

KORT REFERAT FRA RUSSISK LITTERATUR

NORGES
VASSDRAGS- OG ELEKTRISITETSVESEN
BIBLIOTEK *ex 2*

RAPPORT NR. 13/67

VASSDRAGSDIREKTORATET
HYDROLOGISK AVDELING

NORGES VASSDRAGS-OG ELEKTRISITETSVESEN



OM ISTRYKK

KORT REFERAT FRA RUSSISK LITTERATUR

UTARBEIDET VED ISKONTORET

NORGES
VASSDRAGS- OG ELEKTRISITETSVESEN
BIBLIOTEK

RAPPORT NR. 13/67

VASSDRAGSDIREKTORATET
HYDROLOGISK AVDELING

<u>Innhold</u>	Side
Innledning	1
Kap. A. Dynamisk påkjenning	2
1. Kinematisk metode for beregning av istrykket	2
2. Om største lokale istrykk mot konstruksjoner	17
Kap. B. Isens statiske trykk	19
1. Forandringer i Røyens ligninger	19
2. Sjøisens statiske trykk	21
Kap. C. Rekomendasjoner til beregning av isens belastninger	29
1. Istrykket mot brupillarer med vertikal kant	29
2. Istrykket mot skråstående brupillarer	29
3. Istrykk på en vertikal vegg	30
4. Istrykket mot en skråstående vegg	31
5. Statisk trykk ved fast isdekke p.g.a. termisk utvidelse	31
6. Trykket ved isskruing	33
7. Isens løfteevne	34

Innledning.

Fra den vestlige verden foreligger det forholdsvis få publikasjoner om isens egenskaper og retningslinjer for å motvirke isvanskene ved bruer, reguleringsanlegg, dammer og andre ingeniørkonstruksjoner, fra vårt land mangler undersøkelser. Den rikeste litteratur på området er russisk.

I 1940 ble det publisert en monografi om is, dens egenskaper, dannelse og isløsning, av B. P. Weinberg. Et kort utdrag om isens mekaniske egenskaper var publisert tidligere i Bulletin Ass. Internationale d' Hydrologie Scientifique, Bulletin N^o 23, Riga 1938.

I tida 1956-65 har det kjente russiske Statens Hydrometeorologiske Institutt publisert en rekke meddelelser om diverse isproblemer for ingeniører, og det foreligger meget omfattende materiale om dette emne i meddelelser fra den III russiske hydrologkonferanse, Seksjon Geofysikk, Leningrad 1959, og fra den XI hydraulikerkongress, Leningrad 1965.

I 1962 ble det fra Det Russiske Vitenskapsakademiet, den Sibireske avdeling, utgitt en monografi om isens innvirkning på ingeniørkonstruksjoner, bearbeidet av K. N. Korschawin.

Videre finnes det flere informasjonsartikler, håndbøker og lærebøker om is. I 1967 publiserte prof. I. S. Pestchanskij sin bok Iskunnskap og isteknikk med følgende innhold:

- | | |
|--------|---|
| Kap. 1 | Isens klassifikasjon |
| " 2 | Is som fysikalske stoff |
| " 3 | Isdekket og dets egenskaper |
| " 4 | Metoder for undersøkelse av is og isdekke |
| " 5 | Utnyttelse av isdekke for transport og isens bæreevne |
| " 6 | Metoder for ødeleggelse av isdekke |
| " 7 | <u>Istrykk, dynamisk og statisk</u> |

Et kort referat om sistnevnte emne er gitt i det følgende. I boken omfatter kap. 7 i alt 68 sider. Oversettelsen er foretatt fritt og den matematiske behandlingen er avkortet så langt det kunne forsvares.

Det bør nevnes at i boken var det usedvanlig mange trykkfeil.

Edvigs V. Kanavin.

Kort referat fra prof. I. S. Pestschanskij bok: Iskunnskap og
isteknikk, kap. 7, Istrykk, 2 utgave, Leningrad 1967.

Isen kan på forskjellige måter virke skadelig på bruer, dam- og reguleringsanlegg og andre konstruksjoner:

1. Dynamisk ved påkjønning av drivende isflak, særlig under isgang.
2. Statisk ved at isdekke utvides eller skrues opp p.g.a. isens termiske utvidelse.
3. Ved friksjon i det isflak glir forbi, eller ved vannstandsvariasjoner hvor fastfrosne konstruksjons-deler blir utsatt for en opp- eller nedovervirkende kraft.

Kap. A. DYNAMISK PÅKJØNNING.

Det er oppstilt mange forskjellige formler til beregning av isens påkjønning på brukar. På følgende tegninger fig. 1 er resultatene, som de forskjellige forfattere er kommet fram til, samlet.

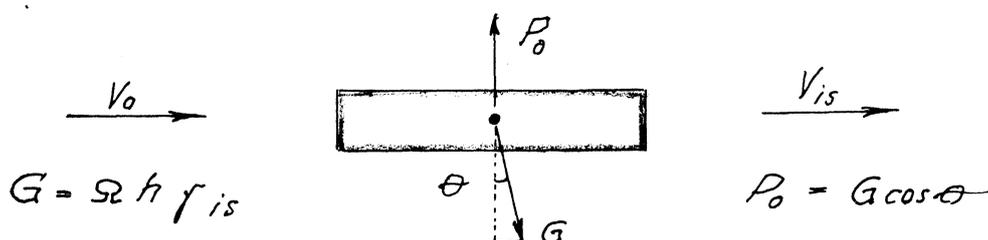
Det bemerkes at nr. 3 på begge tegningene viser resultatet av K. N. Korschawin's formel for den horisontale komponent av det dynamiske trykk.

$$P = 0,1 \sigma_{is} h \cdot f q \beta$$

hvor h er isens tykkelse, β er vinkel som den iskjørende kant av brukarct danner og σ_{is} er antatt 40-65 tonn pr. m².

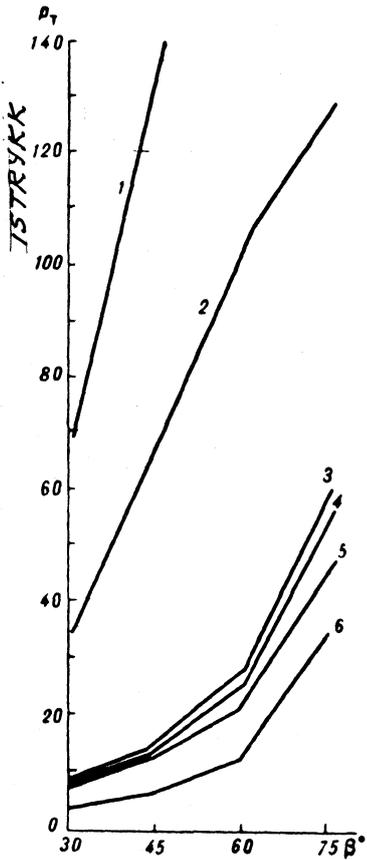
1. Kinematisk metode for beregning av istrykket. Framlagt av K. N. Korschawin.

På følgende skisse er de kreftene som er i virksomhet når et isflak er kommet i drift vist

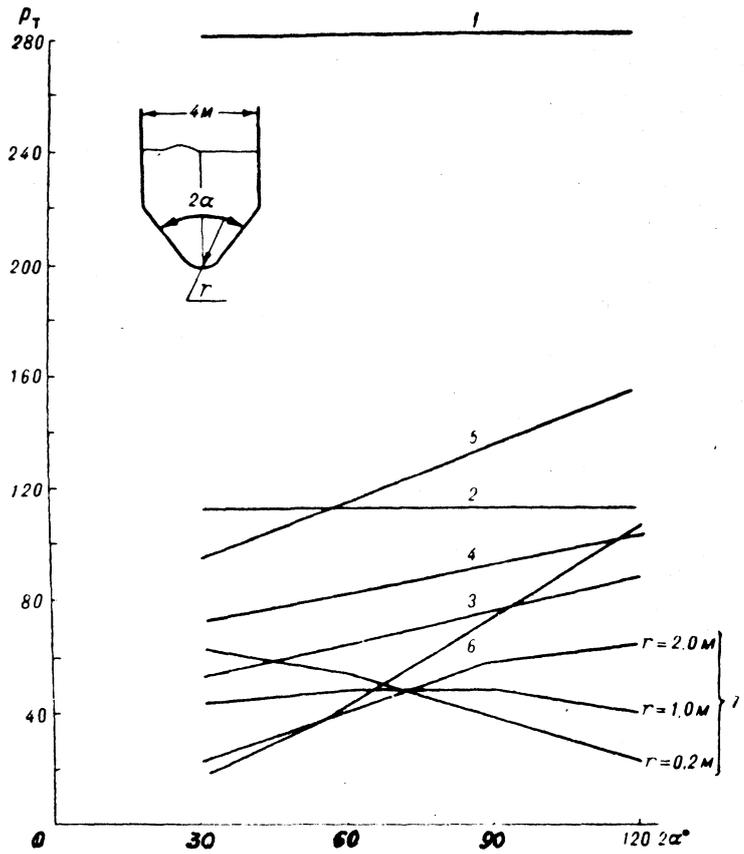


hvor Ω er isflakets størrelse, h er isens tykkelse, V_i er isflakets hastighet og V_0 er vannets overflatchastighet.

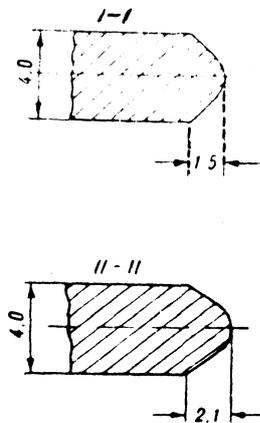
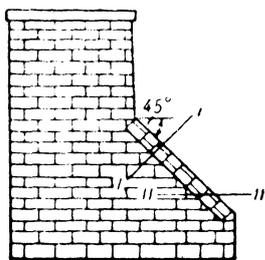
Brupillar med skrå kant



Brupillar med vertikal kant



JSTRYKK på BRUPILLARER
etter diverse formel av forskjellige forfattere 1-6



Før isgangen starter er isflaket utsatt for en kraft R som avhenger av friksjonskoeffisienten mellom vann og is og vannets hastighet

$$R = f \Omega V_0^2$$

R vokser ved økning av vassføring og isflaket rives løs. Frå det øyeblikk gjelder formelen

$$R = f \Omega (V_0 - V_{is})$$

Bevegelses ligningen i generell form kan uttrykkes slik :

$$M \frac{dU}{dt} = GJ - f \Omega U^2 \quad \text{hvor}$$

$$U = V_i - V_0 \quad \text{eller} \quad U = \sqrt{\frac{GJ}{\Omega}} = \sqrt{\frac{\rho_i h J}{f}} \quad (\text{for friksjonskoeff.})$$

Koeffisienten f er avhengig av isflakets hastighet i forhold til vannets hastighet, av isflakets størrelse og knudrighet og andre forhold. Korschawin gir følgende formel for beregning av f

$$f = \frac{\sqrt{h}}{100 \sqrt{V_0}} \quad , \quad \text{hvor } l \text{ er isflakets lengde}$$

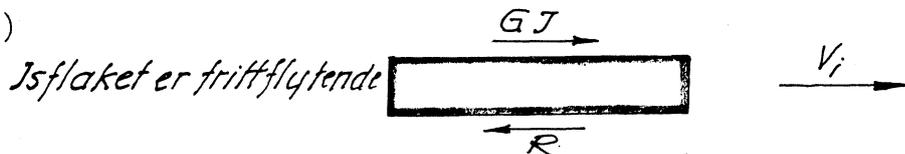
For frittflytende isflak er V_i større enn V_0 , nemlig

$$V_i = V_0 + \sqrt{\frac{GJ}{f \Omega}} \quad \text{m/s}$$

Hvis hele elveleiet er full av isflak vil isdriften bremses og i slike tilfelle er V_i bare 0,8 - 0,9 av V_0 . Hvis det er isskruing, blir oppbremsningen enda større.

Korschawin deler en isgang i flere etapper:

a)

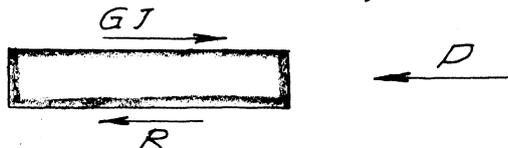


Bevegelses ligning er :

$$\frac{M dV}{dt} = GJ - R, \quad \text{og}$$

isflakets hastighet er $V_i = V_0 + \sqrt{\frac{\rho_i h J}{f}}$

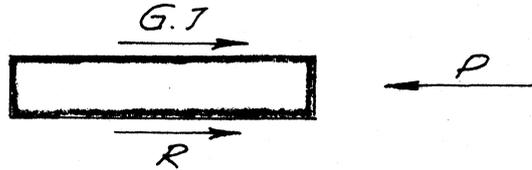
b)



I det øyeblikket isflaket støter mot hindring $V = V_i - \frac{c t}{M}$

$$t_2 = \frac{M}{C} (V_i - V_0) \quad \text{og} \quad S_2 = \frac{M}{2C} (V_i^2 - V_0^2)$$

c)



I den siste etappen presses isflaket gjennom hindringen f.eks. en bruopning

$$V_i = V_0 - \sqrt{\frac{c}{b}} \operatorname{tg} \frac{(t-t_0)\sqrt{bc}}{M}$$

$$t_3 = t_2 + \frac{M}{\sqrt{bc}} \operatorname{arc.tg} \left[(V_0 - V_i) \sqrt{\frac{b}{c}} \right]$$

$$S_3 = S_2 + V_0(t-t_2) - \frac{M}{2b} \ln \frac{c - b(V_0 - V_i)^2}{c}$$

V_i er isflakets hastighet ved tiden t , M – isflakets masse i tonn sek²/m, $c = P + f\Omega(V_i - V_0)^2$; $b = f\Omega$ tonn sek²/m², P er støtkraften i tonn og t er tiden i de forskjellige etapper.

Under naturlige forhold kan den kinetiske betraktningssmåte anvendes på to forskjellige måter.

1. Hvis en kjenner isflakets størrelse og dets hastighet før det støter mot en hindring, kan en bruke følgende ligning for beregning av V i tiden t etter støtet

$$V = V_0 - \sqrt{\frac{c}{b}} \operatorname{tg} \frac{t\sqrt{b.c}}{M}$$

$$P = c + f\Omega(V_i - V_0)^2$$

Av disse ligningene beregnes c og P .

For å lette beregningen av c , brukes følgende diagram

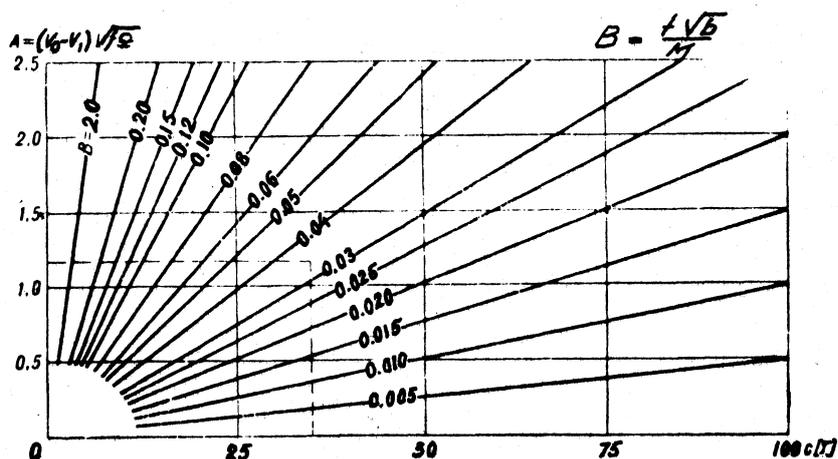


Diagram for beregning av c etter Korschawin.

2. Etter denne metoden beregnes isens masse:

$$M = \frac{\Omega h \rho_i}{g} = \frac{\Omega h}{10,6} \text{ tonn sek}^2/m$$

og største aksellerasjon $j = \frac{V_1 - V_2}{t_2 - t_1} \text{ m/sek}^2$

$$P = M \cdot j$$

Anvendelse av metoden i praksis foregår på følgende måte.

Før isgangen må en konstatere isens tykkelse og så vidt mulig også anslå isflakenes størrelse og deres hastighet. Isflakenes hastighet mot hindringen under selve isgangen bestemmes f.eks. geodetisk eller fotogrametrisk.

Som illustrasjon av fremgangsmåten angir Korschwin følgende to eksempler

Eks. 1 : Isflakets lengde var 102 m med avrundet form. Flaket ble brukt i stykker mot en brupillar med bredde 4,4 m. Før støtet var isflakets hastighet 2,2 m/s. Isens tykkelse var 0,6-0,7 m. Isflakets størrelse ca. 7800 m².

Fotograferingen viste at isflakets hastighet etter støtet avtok på følgende måte

t i sek.	0	1,2	3,3	5,0	7,5
V m/sek	2,2	2,0	1,8	1,62	1,54

Beregningen blir

$$M = \frac{\rho \Omega h}{g} = \frac{0,92 \cdot 7800 \cdot 0,65}{9,8} = 477 \text{ tonn sek}^2/m$$

Isflakets aksellerasjon i periodene er

$$j = \begin{array}{ccc} 1,2 - 3,3 & 1,2 - 5,0 & 1,2 - 7,5 \\ 0,095 & 0,084 & 0,073 \end{array}$$

Istrykket var størst i første periode

$$P = M \cdot j = 477 \cdot 0,095 = \underline{45,3 \text{ tonn}}$$

I siste periode var $P = 477 \cdot 0,073 = 34,8 \text{ tonn}$.

Eks. 2 : Isflakets størrelse var $600 \cdot 130 \text{ m}^2$. Det støter på skrå mot 5 brupillarer og ble skåret i stykker. Isflakets hastighet før støtet var $1,8 \text{ m/s}$ og hastigheten under brytningen avtok til $0,2 \text{ m/s}$. Isens tykkelse var $0,98 \text{ m}$.

Brupillarene var massive med bredde 4 m og pillarens kant dannet en vinkel $\beta = 57^{\circ}30'$ med horisontalplanet. Den skjærende kanten var avrundet.

Isgangen var ikke tett d.v.s. isflaket ble ikke påvirket av andre isflak. Gjennom bruåpningen var isflakets hastighet ca. $1,2 \text{ m/s}$ og strømhastigheten i overflaten var $2,16 \text{ m/s}$.

Isflakets gjennomskjæring på midterste parti foregikk med en hastighet av $(2,16 + 0,2)0,5 = 1,18 \text{ m/s}$ i tiden $130 : 1,18 = 110 \text{ sek}$.

$$\text{Massen var } M = \frac{f \Omega h}{g} = 1440 \text{ tonn sek}^2/\text{m}$$

$$\begin{aligned} \text{Friksjonskoeffisienten } f &= \frac{\sqrt{h}}{100 \sqrt{e}} = \\ &= 0,00088 \text{ tonn sek}^2/\text{m}^2 \end{aligned}$$

$$b = f \cdot \Omega = 13,7 \text{ tonn sek}^2/\text{m}^2$$

$$A = (1,8 - 0,2) \sqrt{13,7} = 590$$

$$B = (90 \sqrt{13,7}) : 1440 = 0,23$$

Tiden regnet fra støtet begynnelsen til isflaket begynner å brytes opp. $f = 90 \text{ sek}$.

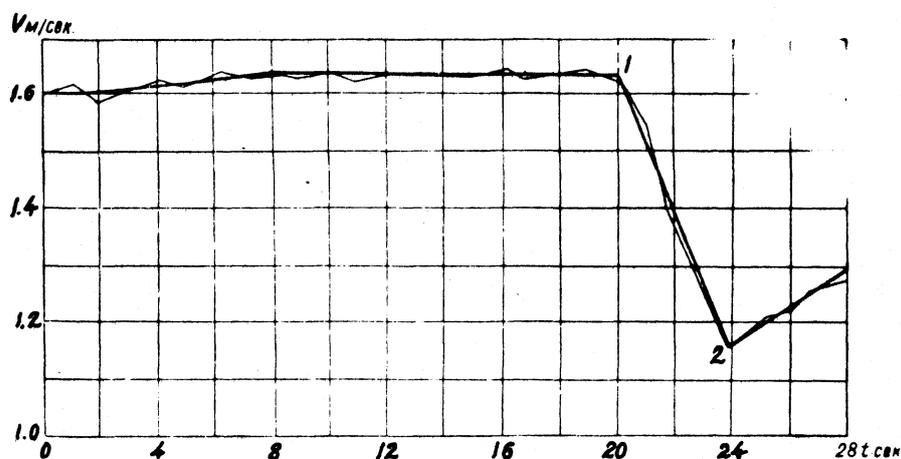
Etter diagrammet er da $c = 42 \text{ tonn}$ og

$$P = c + f \Omega (v_i - v_o)^2 = \underline{43,8 \text{ tonn}}$$

Korschawin understreker at de viktigste ting en må vite for å anvende metoden er:

1. Isdata (isens tykkelse og kvalitet, isflakenes størrelse og form, isgangens intensitet o.a.).
2. Strømforshold ovenfor konstruksjonene, særlig hvilken hastighet isflakene kan ha når de treffer motstand.

3. Mest mulig nøyaktige data om hvor lang tid det tar fra isflaket treffer konstruksjonen til det begynner å brytes i stykker og hvor mye isflakets hastighet avtar i denne tiden. Følgende tegning illustrerer dette.



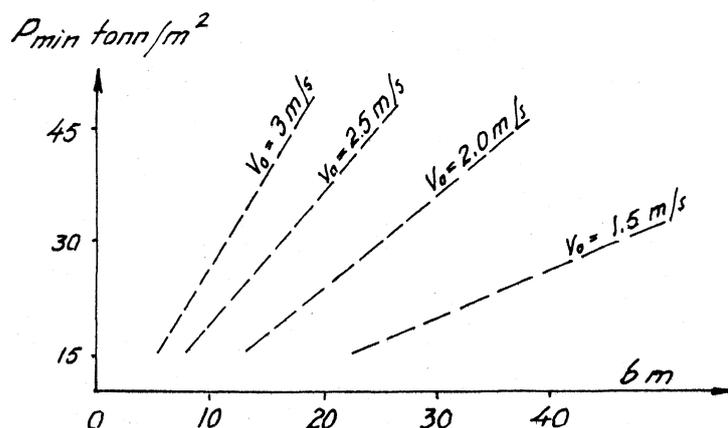
Forandringer i isflakets hastighet etter direkte målinger når det støter mot en brupillar.

1. Tidspunktet isflaket treffer brupillaren,
2. tidspunktet isflaket har gått i stykker.

Kurvens helning mellom punkt 1 og 2 karakteriserer istrykket mot pillarene.

For å kunne foreta slike målinger har Morgunow konstruert spesielle apparatur. (Se fig. 2). Prof. Pestschansky gir i sin bok en omfattende beskrivelse av dette.

Korsehavin gir følgende diagram for beregning av den minste størrelse som bruåpningen kan ha for å kunne lede isflak uhindret igjennom.



I den følgende tabell er det gitt noen resultater av beragninger av isens dynamiske trykk mot brupillarar under isganger i Sibirske elver. Ved undersøkelsene er den kinetiske metode anvendt og den nye måleapparat er tatt i bruk.

Tabell 3.

Måleresultatene av istrykk mot en brukar med
skråstående skjærkant.

Karakteristikk	Forsøk nr.					
	<u>1</u>	2	3	4	5	6
Isflakets størrelse i m ²	21830	9700	13200	1050	750	740
Istykkelse i m	0,60	0,50	0,40	0,75	0,70	0,85
Istrykk i tonn	8,5	11,00	12,0	11,5	5,0	14,0

Måleresultatene mot et brukar med vertikal skjærkant.

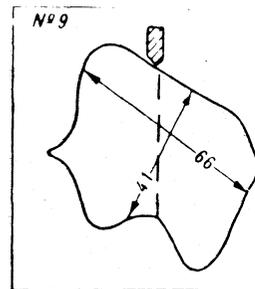
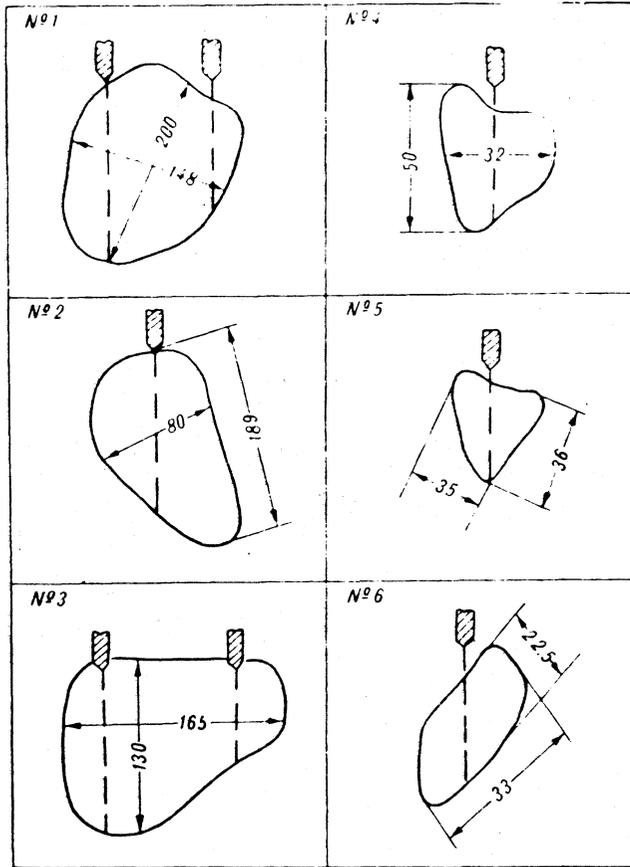
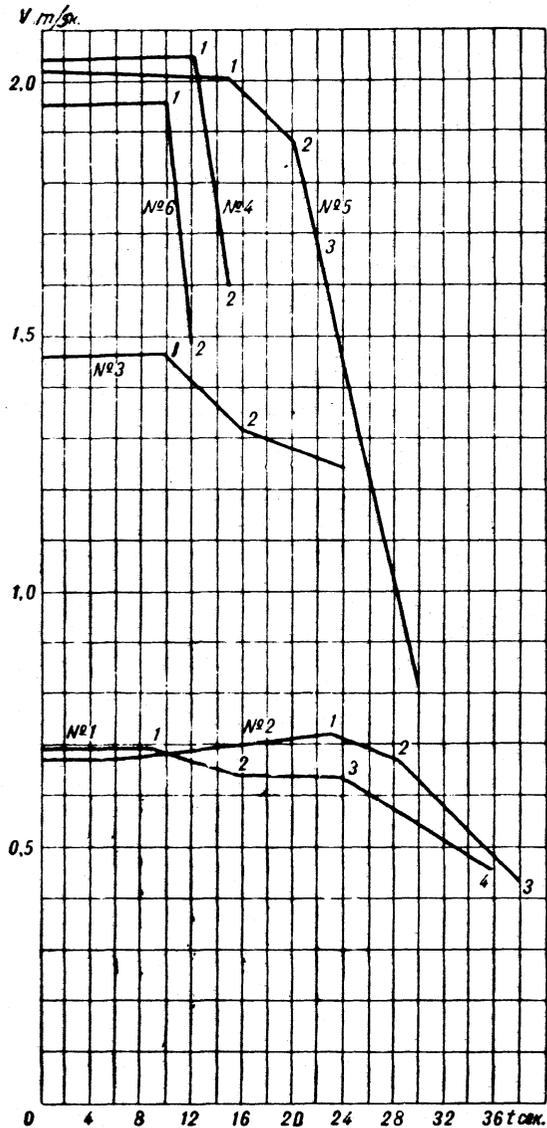
Karakteristikk :	Forsøk nr.				
	7	8	9	10	11
Isflakets størrelse i m ²	31000	3600	2880	920	280
Istykkelse i m	0,60	0,70	0,70	0,70	0,70
Isflakets vekt i tonn	17100	2320	1850	590	180
Isflakets masse tom.sek ² /m	1750	236	188	60	18
Isflakets hastighet i begynnelsen	1,10	1,62	1,85	2,08	1,70
" " etter brudd m/s	0,57	1,14	1,61	1,81	0,47
Brudstiden i sek.	18	4	2	1	1
Aksellerasjon m/sek ²	0,029	0,12	0,12	0,27	1,22
Istrykket i tonn	51	28,3	23	16	22

Morgunow gir følgende forklarende anmerkning til forsøk nr. 1.

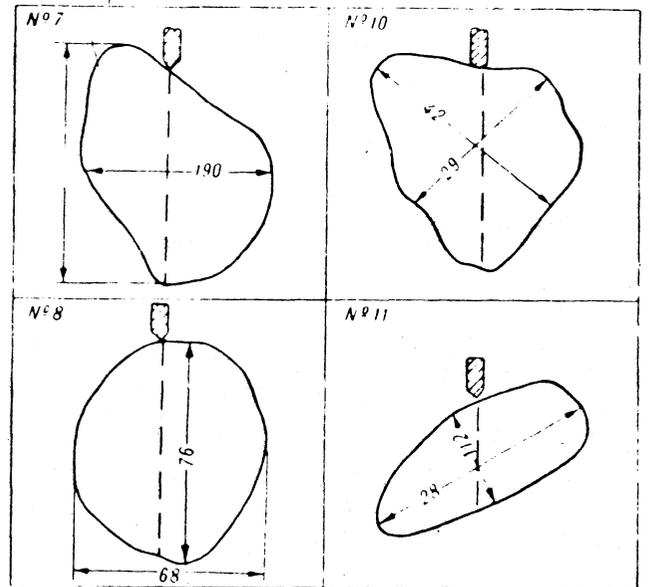
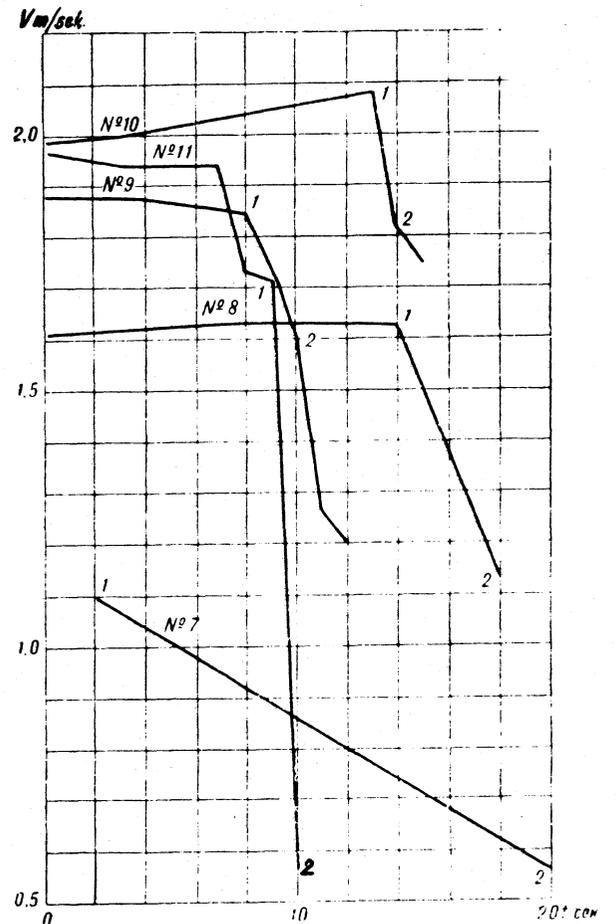
Isflaket kom mot to brupillarar med skråstående skjærende kanter. Først støtte isflaket mot venstre pillar ved tidspunktet 1 (se diagram), slo sprekker og hastigheten avtok i tiden mellom 1 og 2. Ved punkt 3 traff isflaket også den andre pillaren og flakets hastigheten avtok omkring dobbelt så fort.

JSFLAKETS HASTIGHET (se tabell 3)

Mot brupillar med skråstående
← kant



→
Mot brupillar med vertikal
skjærkant



$$\Omega = 21830 \text{ m}^2, \quad h = 0,6 \text{ m}, \quad l = 200 \text{ m}, \quad M = 1230 \text{ tonn sek}^2/\text{m}^2$$

$$a = 0,007 \text{ m/sek}^2. \quad \text{Uten å ta hensyn til friksjon er}$$

$$P = a M = 0,007, 1230 = \underline{8,5 \text{ tonn}}$$

$$\text{Friksjonskoeffisient } f = \frac{\sqrt{h}}{100\sqrt{l}} = \frac{\sqrt{0,6}}{100\sqrt{200}} = 0,00055 \text{ form/m}^2$$

isflakets bremsningstid er $\Delta t = 7 \text{ sek.}$ og hastigheten avtok med $\Delta V = 0,049 \text{ m/s.}$ Minskningen av trykket

$$\Delta P = f \Omega (\Delta V)^2 = 0,00055 \cdot 21830 \cdot 0,049^2 = \underline{0,29 \text{ tonn}}$$

Dette utgjør bare ca. 3 % av trykket P beregnet uten friksjon. Friksjonsinnvirkningen er så liten at en kan se bort fra den, mener Morgunow. Istrykket er hovedsakelig avhengig av isens fasthet og brukernes form, størrelse og åpningen mellom brukerne.

Pestschansky gir også eksempler på istrykk mot dammer under isgang. En isgang ved Bratskaja kraftverk den 10. mai 1961 er beskrevet.

Isdekket ovenfor dammen var betydelig svekket av sola. Isens tykkelse som om vinteren var 1,7 - 2,0 m var smeltet bort så den i mai var bare 0,6 - 0,8 m. Den bestod delvis av sammenfrosset sarr og stålis. Isens motstand mot bøyning ble målt til maks. 17,5 kg/cm², midlere 6,1 kg/cm².

Det ble i alt foretatt 5 forsøk. I de 3 første ble istrykket målt mot en pillar og i de 2 siste mot damkronen.

Til beregning av trykket er følgende formel brukt

$$P = a M + G I$$

Her er G isflakets vekt og I er fall i fritt løp.

Fallet ble ikke målt, men beregnet etter formelen

$$I = \frac{v^2}{c^2 h}$$

hvor $c = \frac{1}{n} \cdot h^{\frac{1}{6}}$, og $n = 0,035$ (h er strømmens dybde)

Beregningen gir

$$I = \frac{1,25^2}{41^2 \cdot 8} = 0,00011$$

Dampillarene var 10 m brede og avstanden mellom dem var 12 m. Når isflakene støtte mot pillarene ble det ikke dannet sprekker, men isen smuldet opp og det var ikke vanskelig å føre den over dammen.

Tabell 4Resultatene av målt istrykk ved Bratskaja kraftverk.

Karakteristikk	Forsøk nr.		
	12	13	14
Isflakets størrelse i m ²	810	330	1670
Istykkelse i m	0,8	0,8	0,8
Isflakets vekt i tonn	600	242	1220
" masse i tonn sek ² /m	61	25	125
Tidsperiode etter hastighets diagram	1-2	1-2	1-2
Isflakets hastighet i begynnelsen m/s	1,80	2,33	1,88
" " etter brudd m/s	0,88	1,30	1,64
Forsøkestiden i sek	4	3	2
Aksellerasjon i m/sek ²	0,23	0,34	0,12
Istrykket i tonn	14	8,5	15 ^x

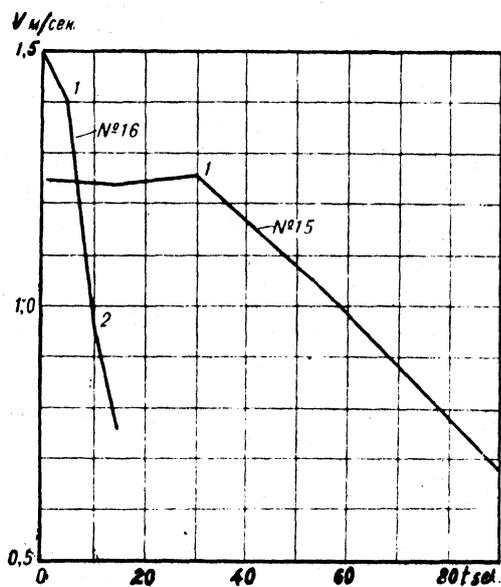
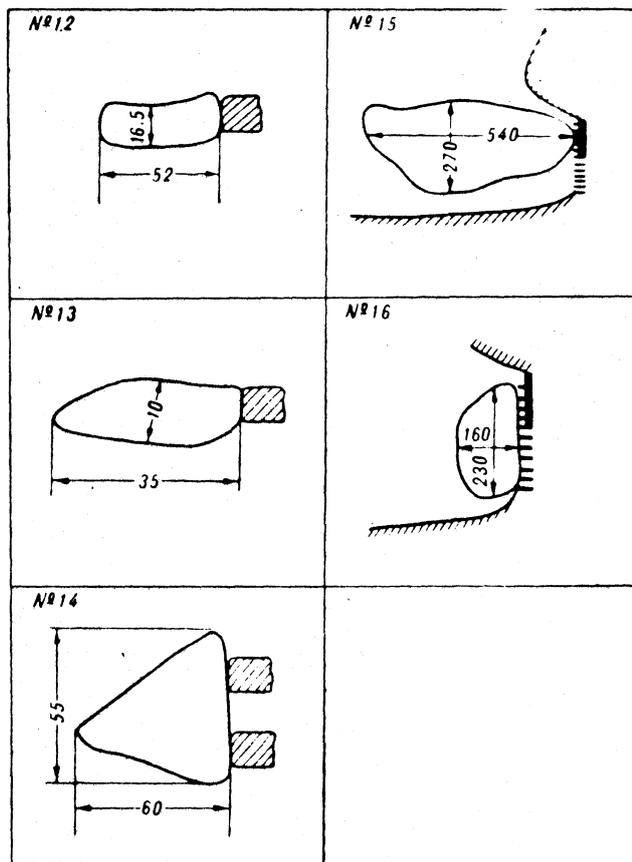
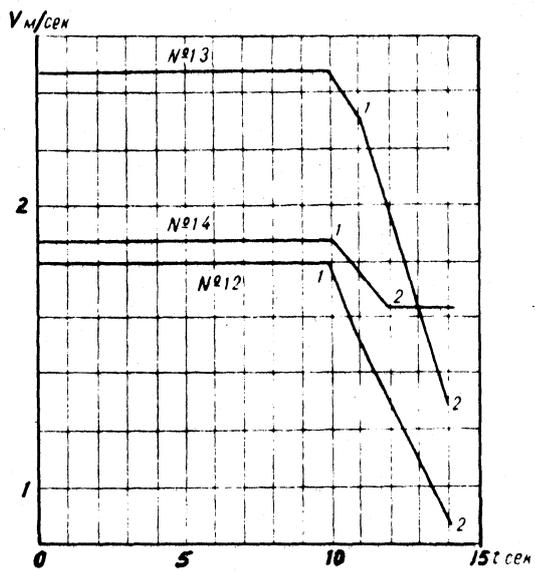
x) Istrykket mot pillar 7,5 tonn.

Resultatene av undersøkelser ved isens overføring over dammen.

Karakteristikk av isforhold.	Forsøk nr.	
	15	16
Isflakets størrelse i m ²	105000	33400
Istykkelse i m	0,9	0,9
Isens vekt i tonn	87000	27600
" masse tonn sek ² /m	8900	2810
Tidsinterval på diagrammet	1	2
Isflakets hastighet i begynnelsen m/s	1,25	1,40
" " etter brudd m/s	0,68	0,97
Forsøkestiden i sek.	60	5
Aksellerasjon m/sek ²	0,01	0,086
Istrykket mot konstruksjonen uten isens vekt	86	242
Fallforhold	0,00011	0,00011
Innvirkning av isflakets vekt i tonn	9	3
Total istrykk i tonn	95	245

Til tabell 4

Isflakenes størrelse og hastighet
(se tabell 4)



I en rekke år foretok Korschawin undersøkelser av istrykk også ved Krasnojarsk kraftverk. Måleresultatene av disse er gitt i følgende tabell 5.

Tabell 5.

Resultatene av målinger av dynamisk istrykk under naturlige forhold.

Dato	Konstruksjons- enes art	Isflakets flate m ²	Lykk- else m	Isflakets hastighet m/s	Horisontal påkjenning i tonn	Påkjenning beregnet ved istrykkel- sen i tonn	Isens fasthet tonn/m ²	for bøy- ning	for trykk
1933 23/IV	Brøker med skråstående kant	15600	0,98	2,2	43,8	45,5	27		35
	Bredde 4,4 m $\beta = 45^{\circ}$								
1964 5/V	"	2500	0,5	1,3	17,5	70	21		30
1955 25/IV	Brøker med vertikal kant	24000	0,8	2,8	46,4	73	35		50
27/IV	Bredde 7,7 m	7800	0,65	2,2	45,3	108	42		60
25/IV	$2\alpha = 115^{\circ}$	1600	0,9	2,8	21,2	26	14		20
1956 17/IV		3600	0,5	1,4	62,5	125	-		23
17/IV		4400	0,4	1,3	55	137	-		25

Korschawin understreker betydningen av pillarenes form og særlig av dens is-skjærende kant. Mot vertikale pillarer ble trykket målt 62,6 tonn, mot skråstående under samme forhold bare 45,8 tonn.

Videre gir forfatteren resultater fra noen målinger av istrykk mot brupillar i Dnepr ved Kiew og i Welikaja ved Pskow. Et utdrag av disse undersøkelsene er gitt i følgende tabell 6.

Tabell 6.

Isflakets størrelse flate i m ²	tykkelse i m	Strømhas- tighet m/s	Horisontal påkjenning i tonn	Isens fasthet tonn/m ²	
				mot bøyning	mot trykk
<u>Måleresultatene i Dnepr ved Kiew, 30/3 1946.</u>					
	0,4	1,0	24,9	12,0	17
1000	0,4	1,0	20,3	9,7	13,9
3000	0,4	1,0	24,6	11,7	16,7
2000	0,4	1,0	36,2	17,2	24,3
1800	0,4	1,0	27,2	13	18,6
2000	0,4	1,0	26,8	12,7	18,1
300	0,4	1,0	24,9	11,9	17
1650	0,4	1,0	16,1	7,7	11
30	0,4	1,0	13,5	6,4	9
1000	0,4	1,0	15,9	7,6	11
300 - 200	0,4	1,0	18,4	8,8	12,5

Brukar ved Kiew med skrå isskjærekant $\beta = 75^{\circ}$, $2\alpha = 60^{\circ}$, $b = 2,8$ m.
Maksimalt istrykk under isgang var 36 tonn.

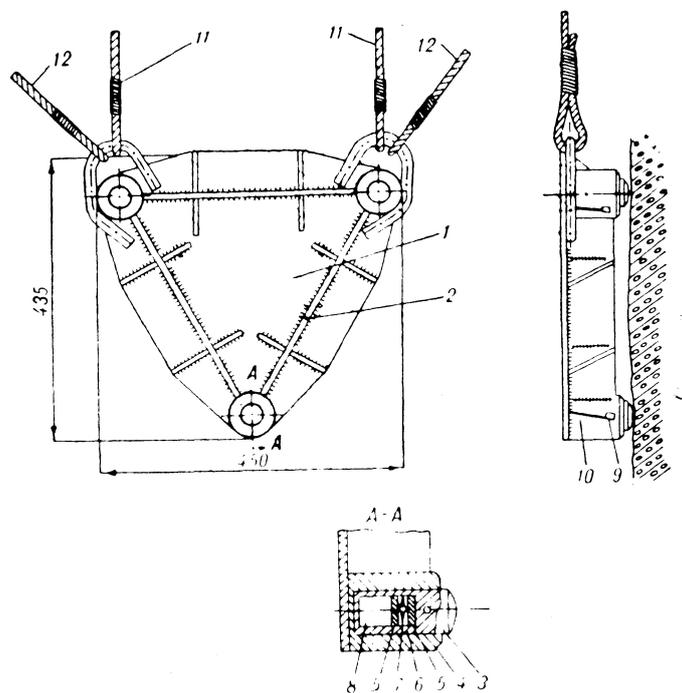
Måleresultatene i Welikaja ved Pskow 3/5 1950.

30	0,4	-	7,0	3,3	4,7
1000	0,4	1,0	34	16	23
200	0,4	1,0	24	11,5	16,5
1200	0,4	1,0	33	15,7	22,5
6400	0,4	1,0	17	8,1	11,6
6400	0,4	-	24	11,5	16,5
40	0,4	1,5	48	23	33
15	0,4	-	4,0	-	-
1200	0,4	-	11	5,2	7,4

Maksimalt målt istrykk på brukaret var 89 tonn.

2. Om største lokale istrykk mot konstruksjoner dynamisk påkjenning.

For å foreta spesielle målinger har Morgunow konstruert et apparat, dynamometer (Se vedlagte tegning). Forfatteren gir en beskrivelse av dette og nevner at apparaturen er enkel og kan anvendes under alle forhold.



Med dette apparat måles foruten trykket også isflakets støthastighet. For bruk må apparatet kalibreres.

Spesielle undersøkelser som ble foretatt våren 1955 i Jenisej ved Krasnojarsk kraftverk ga følgende resultater:

Dynamisk istrykk målt med sp.dynamometer.

Målt istrykk i tonn	Trykket kg/cm ²	Målt i tonn	Trykket kg/cm ²	Målt i tonn	Trykket kg/cm ²
3,6	2,7	2,9	2,2	9,7	7,12
4,6	3,5	1,8	1,4	7,4	5,6
6,0	4,6	4,7	3,6	3,4	2,5
4,4	3,4	5,5	4,2	4,2	3,2
3,4	2,6	11,9	9,1	8,3	6,4

Til slutt gir Pestschanskij en kort oversikt over utenlandske erfaringer og gir en tabell over hva de forskjellige russiske normer og formler gir i konkrete tilfeller.

Tabell 7.

Resultatene av målte istrykk og beregnede verdier
ved hjelp av diverse russiske formler.

Karakteristikk	Istrykket i tonn					
Utgangsdata:						
Isflakets størrelse i tusen m ²	15,6	2,5	24	0,7	3,6	36,0
Isens tykkelse i m	0,98	0,50	0,90	0,85	0,50	0,60
Brukarenes form og størrelse						
Bredde i m	4,4	4,4	4,4	4,0	7,7	3,4
Avrunding av brukaret	1,0	1,0	1,0	2,0	0,0	0,6
Skjærekants vinkel	46	46	46	80	115	83
Brukarets skråning	44	18	47	15	63	51
Beregnete verdier.						
Normer 3440 - 46	304	156	280	170	173	238
47	152	78	140	85	192	119
56	27	9	24	23	137	62
76 - 59	95	26	30	46	137	79
Etter Sylews formel	203	55	165	96	-	-
" Korschawins formel	78	40	72	27	108	70

Av tabell 7 kan en se at de beregnede verdier er meget spredte. Formler som gir verdier nærmest faktiske forhold er 76 - 59 og Korschawins.

Kap. B. ISENS STATISKE TRYKK.

Eksperimentelle undersøkelser av N. Røyen^{x)} ga muligheter å finne en sammenheng mellom \mathcal{E} (isens relative sammenklumping), t_0 (isens midlere temperatur), P_0 (belastningens størrelse kg/cm^2) og τ (tiden belastningen varer).

$$\mathcal{E} = \frac{c P_0 \sqrt[3]{t}}{t_0 + 1}$$

hvor c er en konstant som karakteriserer isens plastisitet. Røyen angir at c varierer mellom $6 \cdot 10^{-5}$ og $90 \cdot 10^{-5}$.

Hvis en setter isens termiske utvidelses koeffisient $\alpha = 0,000055$, blir isens maksimale trykk

$$P_{\text{maks}} = 0,9 (t_n + 1) \sqrt[3]{\frac{t_n}{\Delta t_0}} (t_n + 1)^2 \text{ tonn/m}^2$$

t_n er her begynnelses temperaturen i isen og Δt_0 er den tiden isens temperatur steg fra t_n til 0°C .

Hvis en ønsker isens påkjenning oppgitt på løpende meter av konstruksjonen, er:

$$P_{\text{pr. løpende meter}} = h P_{\text{maks}} \quad (h \text{ er isens tykkelse})$$

1. Forandringer av Røyens likning.

I sin differentiallyingning lot Røyen isens temperatur og isens spenning være konstante. Dette er ikke tilfelle under naturlige forhold. Russiske geofysikere foreslår følgende forandringer i utgangsligningen.

Hvis en deriverer Røyens ligningen etter τ og antar t og P ikke konstant, får:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\tau} = \frac{c P_0 \tau^{-\frac{2}{3}}}{3(t_0 + 1)} + \frac{c \tau^{\frac{1}{3}} dP_0}{t_0 + 1 d\tau} - \frac{c \tau^{\frac{1}{3}} P_0}{(t_0 + 1)^2} \cdot \frac{dt_0}{d\tau} \quad (1)$$

Hvis en antar at temperaturen forandrer seg lineært i tiden τ , er

$$t_0 = t_n + \frac{dt_0}{d\tau} \tau$$

hvor $\frac{dt_0}{d\tau} = -A = \text{konstant i det betraktede tidsrom.}$

x)

Røyen N, *Istrykk ved temperaturhøjninger*, Stockholm, 1922

Innsettes dette i ligning (1) fåes :

$$\frac{dE}{d\lambda} = \frac{c P_0 \lambda^{-\frac{2}{3}}}{3(t_n - A\lambda + 1)} + \frac{c \lambda^{\frac{1}{3}}}{t_n - A\lambda + 1} \frac{dP_0}{d\lambda} - \frac{c \lambda^{\frac{1}{3}} P_0 A}{(t_n - A\lambda + 1)^2} \quad (2)$$

Hvis en antar at $\frac{dE}{d\lambda} = d\left(\frac{dP_0}{d\lambda}\right) = dA$ og setter dette inn i ligning (2), får man :

$$\frac{dP_0}{d\lambda} + \frac{A}{t_n - A\lambda + 1} \cdot P_0 + \frac{P_0}{3\lambda} - \frac{dA(t_n - A\lambda + 1)}{c \lambda^{\frac{1}{3}}} = 0$$

eller $\frac{dP_0}{d\lambda} + P(\lambda)P_0 + Q(\lambda) = 0$ hvor

$$P(\lambda) = \frac{A}{t_n - A\lambda + 1} + \frac{1}{3\lambda}$$

$$Q(\lambda) = -\frac{dA(t_n - A\lambda + 1)}{c \lambda^{\frac{1}{3}}}$$

Integrasjon gir:

$$P_0 = \frac{t_n - A\lambda + 1}{A \lambda^{\frac{1}{3}}} \bar{C} + \frac{dA}{c} (t_n - A\lambda + 1) \lambda^{\frac{2}{3}}$$

Konstanten \bar{C} bestemmer ved å sette $P_0 = 0$ for $\lambda = 0$ og får $\bar{C} = 0$

Altså $P_0 = \frac{dA}{c} (t_n - A\lambda + 1) \lambda^{\frac{2}{3}}$

P_{maks} inntreffer for $\lambda = \frac{2}{5} (t_n + 1) \frac{1}{A}$ og

$$\begin{aligned} P_{0 \text{ maks}} &= \frac{dA}{c} \left[t_n - \frac{2}{5} (t_n + 1) + 1 \right] \sqrt[3]{\frac{4}{25A^2} (t_n + 1)^2} = \\ &= 0.326 \frac{d}{c} (t_n + 1) \sqrt[3]{A (t_n + 1)^2} \end{aligned}$$

$$d = \frac{dA}{A} = 0,000055 = 5.5 \cdot 10^{-5}$$

$$c = 60 \cdot 10^{-5}$$

$$P_{0 \text{ maks}} = 0,3 (t_n + 1) \sqrt[3]{A (t_n + 1)^2}$$

$$P_{\text{maks}} = P_{0 \text{ maks}} \cdot h = 0,3 h (t_n + 1) \sqrt[3]{A (t_n + 1)^2} \text{ tonn/m}^2$$

D.v.s. omtrent en tredjedel av det som Røyens formel gir.

Videre gir Pestschanskij en matematisk behandling av problemet basert på elastisitetsteorien og ved hydrodynamiske betraktninger.

Etter dette gir han for istrykket følgende ligning :

$$P_c = \int_0^h \sigma dz = \int_0^h \left[4\alpha (a + bt + ct^2) \frac{dt}{dT} + \sigma_0 \right] dz$$

$$a + bt + ct^2 = \mu \quad \text{isens viskositets koeffisient}$$

$$\sigma = \sigma_0 = 4 \alpha (a + bt + ct^2) \frac{\partial t}{\partial T}$$

Hvis en i integral ligningen setter inn verdier for t og $\frac{dt}{dT}$ kan en finne $\frac{dP_c}{dT}$ og beregne tiden T ved hvilken P_c få maksimale verdi.

I praksis er det en fordel å beregne $\frac{dt}{dT}$ midt og μ for diverse skikt i isdekket, understreker forfatteren.

Videre gir Pestschanskij en del tallverdier om istrykk hentet fra utenlandsk litteratur, særlig fra USA.

Isen viser imidlertid en utpreget plastisk krypning, slik at trykket også blir sterk avhengig av hvor f o r t temperaturen stiger. Eksempelvis når stigningen er, $8 \text{ }^\circ\text{C/time}$ og hvis isen fastholden i sideretningene, skulle trykket etter amerikanske undersøkelser bli ca. 20 tonn pr. løpende meter ved istykkelse 60 cm.

Isen på magasinet er som regel fastholdt i 2 retninger. Amerikanske undersøkelser viser at i magasiner med slake bredder var istrykket 5,4 - 8,6 og ved steile bredder 14,0 - 25,3 tonn pr. løpende meter.

2. Sjøisens statiske trykk.

Forfatteren nevner at sjøisens statiske trykk er lite betraktet. Det trengs mer eksperimentelle undersøkelser på dette området. Han gjør et forsøk ved teoretiske betraktninger å beregne størrelsesordenen av istrykket.

Ferskvannsis og sjøis har litt forskjellige fysikalske egenskaper. Sjøvannets saltinnhold spiller en viss rolle.

Hvis vi antar at isflaket får anledning til å utvide seg mot sidene, vil det være de plastiske deformasjoner som har interesse.

Som en første tilnærming kan en bruke Røysens ligning hvis en antar P og t konstant og deriverer med hensyn på τ :

$$\frac{dE}{d\tau} = \frac{d}{d\tau} \left(\frac{c \cdot P \sqrt[3]{\tau}}{t+1} \right) = \frac{cP}{3(t+1)\tau^{2/3}}$$

setter vi: $\frac{3\tau^{2/3}(t+1)}{c} = \beta$, får vi: $P = \beta \frac{dE}{d\tau}$

Hvis en på en side betrakter den relative plastiske deformasjon og på den andre siden den frie termiske utvidelse, får vi den størrelse av trykket som isflaket utøver ved temperaturforandringer.

$$\frac{dE}{d\tau} = \frac{dE_1}{d\tau} \quad P = \beta \alpha \frac{dt_1}{d\tau}$$

α er isens utvidelses koeffisient og β er plastisitetens koeffisient.

$\frac{dt_1}{d\tau}$ representerer forandringen i isens midlere temperatur med tiden.

Til praktisk bruk kan en anta at denne forandringen er lineær, d.v.s.

$$t = t_0 - t_1; \quad t_1 = \frac{t_0}{\tau_0} \tau$$

$$t = t_0 - \frac{t_0}{\tau_0} \tau \quad \text{eller} \quad \frac{dt_1}{d\tau} = \frac{t_0}{\tau_0}$$

β bør bestemmes eksperimentelt.

Settes t inn i uttrykket for β fåes: $\beta = \frac{3\tau^{2/3}(t+1)}{c} = \frac{3\tau^{2/3}(t_0 - \frac{t_0}{\tau_0}\tau + 1)}{c}$

Vi antar at 1 gr sjøis med 1 ‰ saltinnhold og ved temperatur t inneholder A_t gr ferskvannsis. Etter Krümmels teori er $A = f(t)$ d.v.s. ved temperaturforandringer i sjøisen dannes det ny is eller smelter en del av isen.

Pestschanskij antar at sjøisens utvidelse kan karakteriseres ved følgende ligning

$$U dt = U_0 A_t dt + (1 - A_t) \lambda dt - \eta dA_t \quad \text{eller:}$$

$$U = U_0 A_t + (1 - A_t) \lambda - \eta \frac{dA_t}{dt}$$

Første ledd på høyre side i ligningen representerer ferskvannsisens utvidelse og U_0 er utvidelses koeffisient. Annet ledd representerer utvidelse av "rossol" hvor λ er rossols utvidelses koeffisient. Siste ledd representerer forandringen i volumet p.g.a. at en del ferskvannsis går over til rossol grunnet avsmelting. φ er økingen eller minsking av isens volum ved frysing av 1 gr rent vann ved temperatur t .

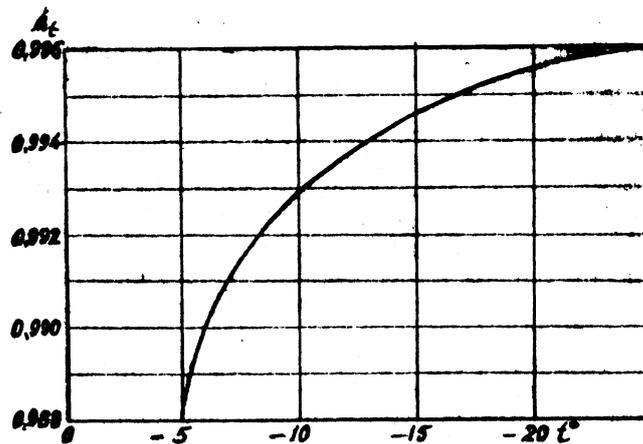
Forfatteren nevner at utvidelsen av "rossol" er så liten at den kan sløyfes. Hvis $A_t = 1$ og isens saltholdighet er 5 ‰, blir foregående ligning:

$$U = U_0 + \varphi S \frac{d A_t}{dt}$$

Etter Ringer's^{x)} eksperimentelle undersøkelser er oppstilt følgende tabell:

t	- 5,0	- 8,2	-15,0	-23,0
A_t	0,987746	0,991769	0,994602	0,996054

Kurvens ligning er $A = k t^n$ og grafisk framstilling



Derivasjon av ligningen gir:

$$f'(t) = \frac{d A_t}{dt} = n k t^{n-1} \quad \text{og}$$

$$U = U_0 - S n k t^{n-1}$$

x) _____ ..

Ringer W. Über die Veränderungen in der Zusammensetzung des Meereswassersalzes beim Ausfrieren, 1906.

Isens lineære utvidelse $\alpha = \frac{1}{3} (U_0 - \varphi \sin k t^{n-1})$

Setter en inn i P de koeffisienter som er angitt ovenfor fåes:

$$P = \frac{1}{3} (U_0 - \varphi \sin k t^{n-1}) \frac{3\tau^{2/3} (t_0 - \frac{t_0}{\tau} \tau + 1)}{c} \cdot \frac{t_0}{\tau_0}$$

Til praktisk bruk kan en sette $U_0 = 0,000169$ (midlere verdi), n er av Ringer foreslått satt til $0,00438$ og $k = 0,9786$, $n - 1 = 0,9962$. Hvis c settes $60 \cdot 10^{-5}$ fåes:

$$P = \frac{t_0}{6\tau_0} (1,69 - 3,91 \frac{S}{t^{0,9956}}) (t_0 - \frac{t_0}{\tau} \tau + 1) \tau^{2/3}$$

Deriveres med hensyn på τ og setter $\frac{dP}{d\tau} = 0$ finner vi at P_{maks} inntreffer for:

$$\tau = \left[\frac{2}{3} \frac{\tau_0}{t_0} (t_0 + 1) \right] \text{ og}$$

$$P_{\text{maks}} = \frac{t_0}{6\tau_0} (1,69 - 3,91 \frac{S}{t^{0,9956}}) \sqrt[3]{\left[\frac{2}{3} \frac{\tau_0}{t_0} (t_0 + 1) \right]^2} \cdot \left[t_0 - \frac{t_0}{\tau_0} \frac{2}{3} \frac{\tau_0}{t_0} (t_0 + 1) \right]$$

Hvis en regner P i tonn/m² og setter $t^{0,9956} = t$ fåes

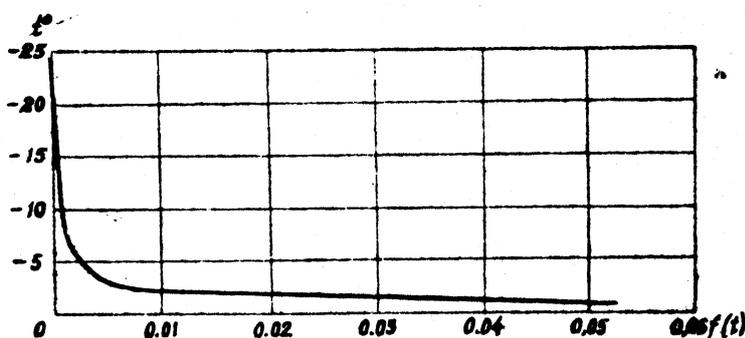
$$P_{\text{maks}} = (0,92 - 2,11 \frac{S}{t}) (t_0 + 1) \sqrt[3]{\frac{t_0}{\tau_0} (t_0 + 1)^2}$$

Her er t isens temperatur, S er isens saltholdighet i ‰ og t_0 er variasjoner i temperatur i tiden τ_0 angitt i timer.

Den foregående matematiske utledning er basert på Ringers eksperimentelle undersøkelser som ble foretatt i temperaturområde fra -5° til -23°C . I følge dette er uttrykket $A = k t^n$ bare gyldig innenfor dette området. Hvis en vil vite noe om forholdene mellom 0 og -5°C , må en støtte seg til Knudsens og Hansens formel.

$$t = 0,0026 - 0,052265 S_t - 0,0000389 S_t^2 - 0,00000036 S_t^3 - 0,000000001 S_t^4$$

Sammenheng mellom t og $f(t)$ er vist grafisk



Forfatteren understreker at det statiske trykk avhenger av flere faktorer som er avhengig av isens temperatur- og saltholdighets karakteristikker i et islag. I et tykkere islag må en betrakte hvert skikt for seg selv.

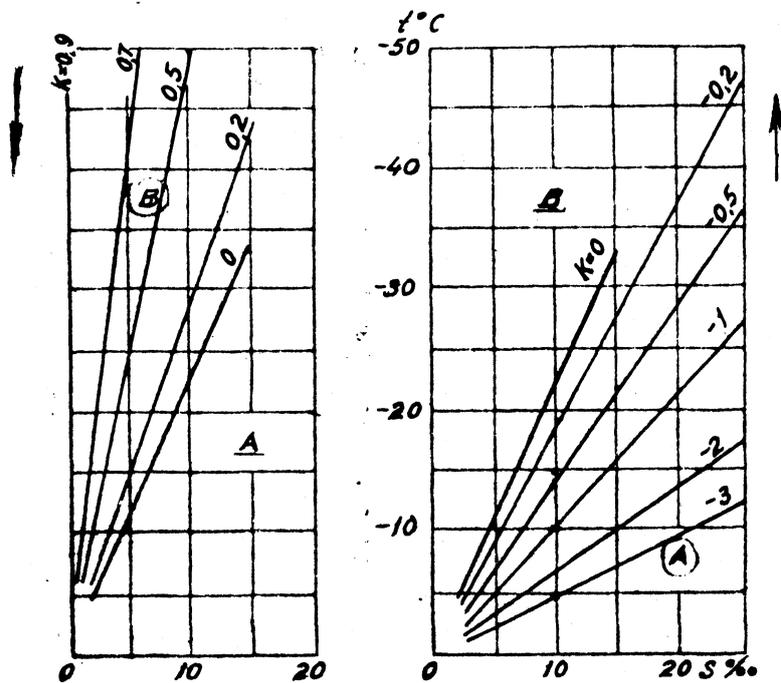
Hvis en setter $k = 0,92 - 2,11 \frac{S}{t}$ og

$$P_1 = (t_0 + 1) \sqrt[3]{\frac{t_0}{t_0 + 1}} (t_0 + 1)^2$$

er: $\underline{P_{maks} = k P_1}$

Koeffisienten k karakteriserer sjøisens egenskaper. Er $S = 0$ blir $k = 0,92$ og formelen nærmer seg til den som Røyen har angitt for ferskvannsis.

P_1 karakteriserer trykkforhold som skyldes forandringer i temperaturforhold. I følgende grafikk er gitt sammenhengen mellom k og sjøisens saltholdighet og temperatur.



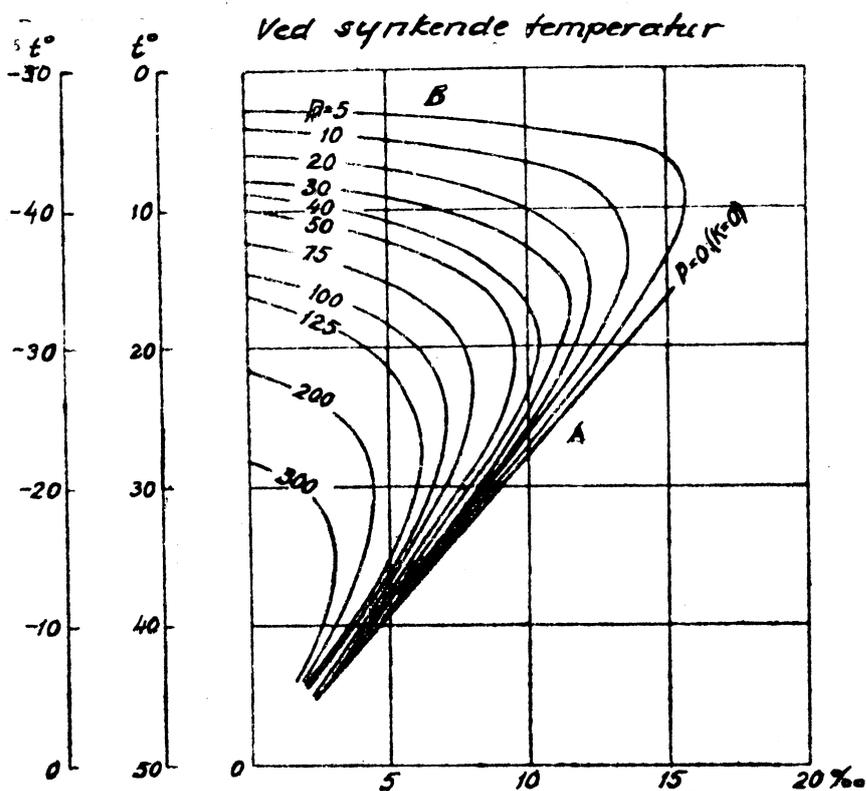
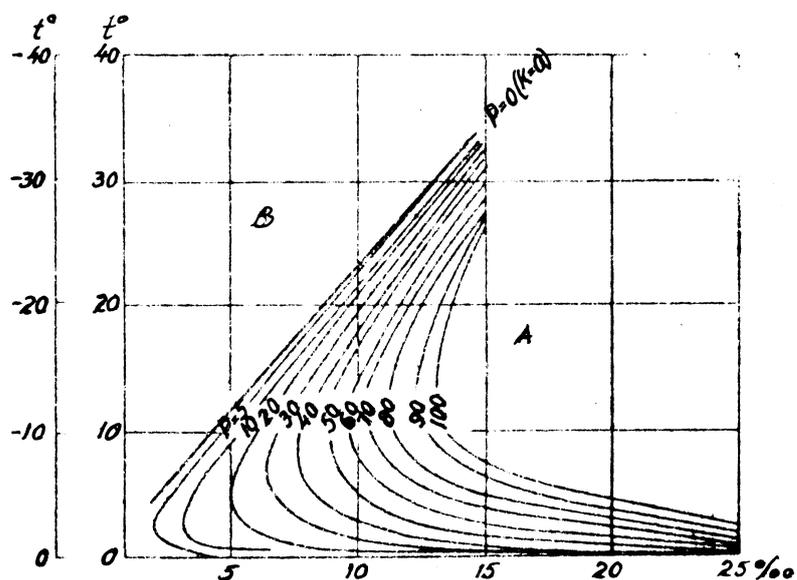
Venstre side av tegningen viser forholdene ved temperaturøkning og høyre side ved temperaturfall.

Diagrammene viser at ved temperaturforandringer i isen oppstår to soner: Utvidelses sone i hvilket forekommer istrykket, (B-sonen i venstre og A-sonen i høyre diagram).

I andre sonen forekommer *ikke noe* trykk (A-sonen på venstre og B-sonen på høyre diagram).

Til hver saltholdighet svarer en bestemt temperaturgrense ved overgang fra en sone til en annen sone.

Det er av størst interesse å kunne beregne P_{maks} . På følgende diagrammer er vist verdier av mulige maksimale trykk ved forskjellige saltholdighet og temperaturforandringer



Ved økende temperatur.

Også her er vist to soner: A-sone og B-sone. Sone A øverst og sone B nederst representerer det tilfelle at isen utvides og trykket øker. Sone B på øverste og sone A på nederste diagram viser tilfelle at trykket holder seg konstant.

Største verdi av P inntreffer ikke ved største forandring i temperatur, men for en bestemt saltholdighet ved en temperaturforandring t_0 som er 0,7-0,8 av den maksimale temperaturforandring. Eksempelvis $S = 5 \text{ ‰}$ og den største mulige temperaturforandring ved temperaturøkningen er 37 °C . P_{maks} inntreffer ved $t_0 = 28 \text{ °C}$.

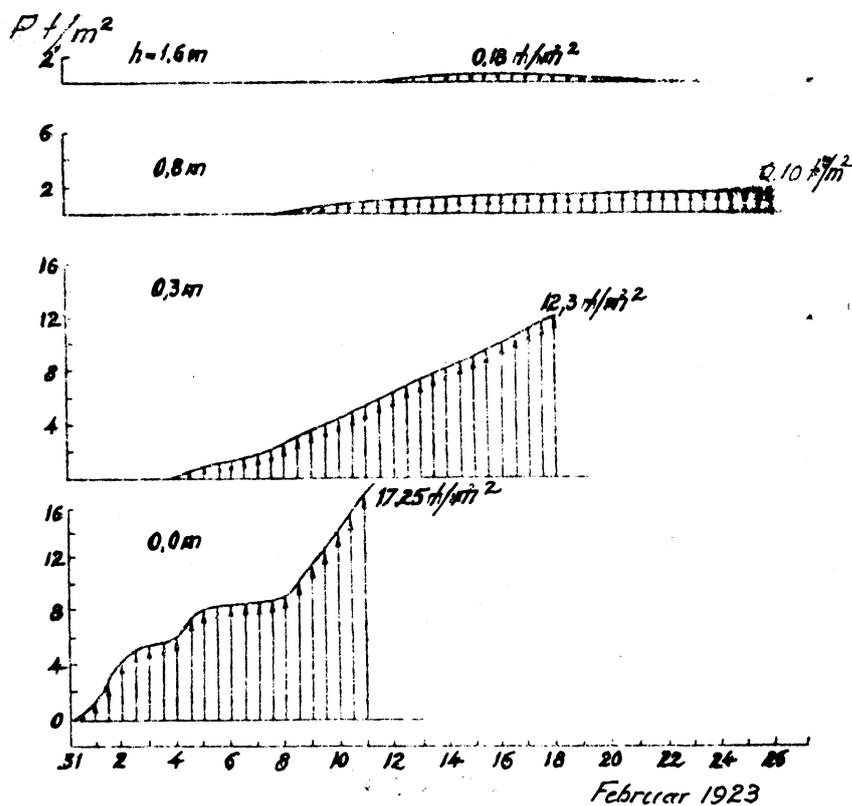
Videre behandler forfatteren fordelingen av trykket i issjikt.

Flere forskere, bl. andre også Røyen, mener at det er tilstrekkelig å bruke isens middeltemperatur og at denne er omtrent 0,4 av luftens temperatur. Under- søkkelser foretatt av Malmgren og russiske polarekspedisjoner viser at kulde- eller varmebølger forplantes i isen med viss faseforskyvning og med avtagende amplitude. Dette er av stor betydning for beregning av istrykket.

Nedenfor er gitt en tabell over trykkforandringer i et isskikt.

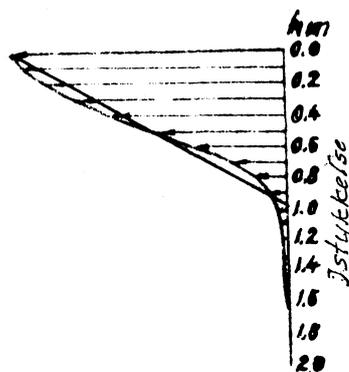
Istykkelse		Forandringer i tiden (døgn)		Forandringer i trykket (tonn/m ²)		
i m	Dato	Forsinkelse i trykket	Maks. trykk inntraff	Forsinkelse i maks.	Maksimal verdi	Minsking av trykk
Første eksempel.						
0,0	31/1	0	11	0	17,25	1
0,3	4/11	4	18	7	12,2	0,71
0,8	7/11	7	26	15	1,8	0,01
1,6	12/11	12	-	-	0,1	0,006
Annen eksempel.						
0,0	25/1	0	0	0	22,6	1
0,3	26/1	1	5	2	4,64	0,2
0,8	27/1	2	6	3	1,0	0,04
1,6	30/1	5	-	-	0,1	0,004

På vedlagte tegning er vist en beregning av istrykket i 4 forskjellige dybder etter Malmgrens temperaturmålinger i februar 1923



Av tegningen kan en se at det største trykk forekommer fra overflaten til 0,3 m dyp. I 0,8 m dyp gjør trykket seg først gjeldende etter at trykket på overflaten har nådd sitt maksimum. I 1,6 m dybde er trykket ubetydelig.

Til praktisk bruk er det tilstrekkelig å tegne opp trykkfordeling i isskikt ned til 1 m dybde, se tegningen:



Forfatteren understreker at et snødekke demper trykket i isen betraktelig. Et 0,45 m snølag isolerer fullstendig mot temperaturforandringer i isen.

Videre nevner han at trykket begrenses betydelig av isens plastiske sammen-trykning.

Problem om sjøisens trykk er meget komplisert og omfattende undersøkelser i naturen og i laboratoriet er nødvendig.

Kap. C. REKOMANDASJONER til beregning av ISENS BELASTNINGER.

Faste normer til beregning av isens belastning på konstruksjoner er ikke endelige, men er i stadig utvikling og forbedring.

I det følgende er gitt en oversikt over de nyeste metoder. Disse er hovedsakelig utarbeidet til bygging av bruer og kraftverk.

Videre nevner forfatteren at for meget store konstruksjoner (bruer, dammer, kraftverk) er disse normer ikke tilstrekkelige, og at forholdene bør utforskes nærmere.

1. Istrykk mot brupillarer med vertikal kant.

Til beregning av istrykket P mot fundamenteringer anbefales å bruke formelen

$$D = m \sigma_p B h$$

hvor h er isens tykkelse i m (anbefales å bruke ca. 0,8 av den maksimale is-tykkelse som forekommer), B er fundamentets bredde i m i den høyde isen trykker på, m er en koeffisient for fundamentets form. F.eks. for en vertikal brupillar med sirkelformet forside settes $m = 0,9$. Hvis pillaren har trekantet forside med avrundet spiss, avhenger m av trekantens ^{vinkel} 2α . For $2\alpha = 45^\circ$ er $m = 0,6$, for $2\alpha = 120^\circ$ er $m = 0,8$. σ_p er isens maksimale trykkfasthet (minus den svekkelse av isen som forekommer på vårparten). σ_p antas maksimalt lik 75 tonn/m² eller 7 kg/cm². Etter erfaringer dreier den midlere verdi seg omkring 45 tonn/m². I elver hvor vinterisganger forekommer, må verdien for σ_p for-
dobles.

2. Istrykket mot skråstående brupillarer.

I dette tilfelle må en beregne den horisontale og vertikale komponent av trykket

$$P_v = \sigma_b h^2 \text{ i tonn/m}^2 \quad P_h = \sigma_b h^2 \cdot \text{tg} \beta \text{ i tonn/m}^2$$

hvor σ_b er isens fasthet mot bøyning, β er den vinkel brupillarens kant danner mot den horisontale flaten

$$\underline{\sigma_b \text{ er omtrent } 0,7 \sigma_p \text{ i tonn/m}^2}$$

Det bemerkes at formelen gjelder bare hvis isflakene kommer rett mot brupillarene. Støter isflakene skrått mot pillarene må en bruke formelen som gjelder for vertikale pillarer.

3. Istrykk på en vertikal vegg.

Til beregning av trykket mot vertikale vegger, hvis isflakene støter noenlunde normalt mot en slik, brukes formelen

$$P = k V h^2 \sqrt{\Omega} \quad (\text{støtvinkelen mellom } 80^\circ \text{ og } 90^\circ)$$

Hvis $\varphi < 80^\circ$ brukes formelen

$$P_n = c V h^2 \sqrt{\frac{\Omega}{\mu \Omega + \lambda h^2}} \cdot \sin \varphi \text{ i tonn/m}^2$$

Her V er isflakets hastighet m/s. I elver antas V lik strømhastigheten og i reguleringsmagasiner lik isdrift p.g.a vind. I siste tilfelle ikke større enn 0,6 m/s. Ω er isflakets størrelse i m^2 og h er isens tykkelse i m. Koeffisientene k , c , λ er avhengig av isens fasthet. For beregning av disse er nedenfor gitt en tabell

σ_p t/m ²	k	c	λ	σ_p t/m ²	k	c	λ
50	3,00	68	500	100	4,3	96	500
30	2,36	68	833	60	3,3	96	833

μ 's verdi er avhengig av isflakets driftsretning. Sammenheng mellom μ og vinkel φ :

φ°	20	30	45	55	60	65	70	75
μ	6,7	2,25	0,5	0,16	0,08	0,04	0,009	0,005

Forfatteren nevner at trykket på en vertikal vegg vanligvis ikke overstiger isens fasthet σ_p

4. Istrykket mot en skråstående vegg.

Ved støt av isflak mot en slik vegg er den vertikale komponenten av trykket

$$P_v = \sigma_b \lambda' H^2 \quad \text{tonn/m}^2$$

hvor λ' er en koeffisient som er avhengig av isens tykkelse, gitt i tabellen nedenfor

h i m	0,4	0,5	0,6-0,7	0,8-0,9	1,0-1,3
λ'	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04

Den horisontale komponenten er:

$$P_h = P_v \cdot \tan \beta \quad \text{hvor } \beta \text{ er skråningsvinkelen.}$$

Hvis det dannes en drivisansamling mot en konstruksjon, må en først analysere på hvilken måte den er oppstått eller kan oppstå, og p.g.a. dette prøve å finne ut når største istrykk oppnås og hvor stort det kan bli.

5. Statisk trykk ved fast isdekke p.g.a. termisk utvidelse.

Isen utøver ikke noe trykk straks den fryser, slik som f.eks. når rør sprenges i frost. Isen på magasinet har jo plass til sin volum-utvidelse oppover. Senere, når isen har nådd en viss tykkelse, kan den bli avkjølt til temperatur betydelig under 0°C . Det oppstår strekk-spenninger i isflakets overflaten. Slår det så om til mildere vær, stiger flakets temperatur igjen og utvide seg. Konstruksjoner, som hindrer utvidelsen, blir utsatt for en trykkraft.

Hvis isens utbredelse foran konstruksjonen er opptil 50 m, kan istrykket beregnes etter formelen:

$$P_t = 3.1 \frac{(t_n + 1)^{1.67}}{t_n^{0.88}} \cdot \rho^{0.33} \quad \text{tonn/m}^2$$

hvor t_n er isflakets laveste middeltemperatur før temperaturen begynte å stige. Den kan måles eller tilnærmet antas:

$$t_{n \text{ is}} = 0,35 t_{n \text{ luft}}$$

$t_{n \text{ luft}}$ er luftens temperatur fra det øyeblikk den begynte å stige. ρ karakteriserer isens midlere temperaturforandring, i isskiktet

$$\rho = \frac{\Delta t_{is}}{\theta} = \frac{0.35 \Delta t_{luft}}{\theta}$$

her t_{is} og t_{luft} er henholdsvis temperaturøkingen i isen og luften i *det* tidsrom θ temperaturen forandres. Temperaturforandringer kan måles direkte i isen eller beregnes etter meteorologiske data fra nærmeste met.st. Det er å bemerke at isen viser en utpreget plastisk krypning, slik at trykket i høyeste grad er avhengig av hvor fort temperaturen stiger.

Hvis isens utbredelse er 50 m eller mer, må en multiplisere P_t med en faktor φ . I følgende tabell er gitt sammenhengen mellom L og

L (m)	50 -75	75-100	100-150	mer enn 150
φ	0,9	0,8	0,7	0,6

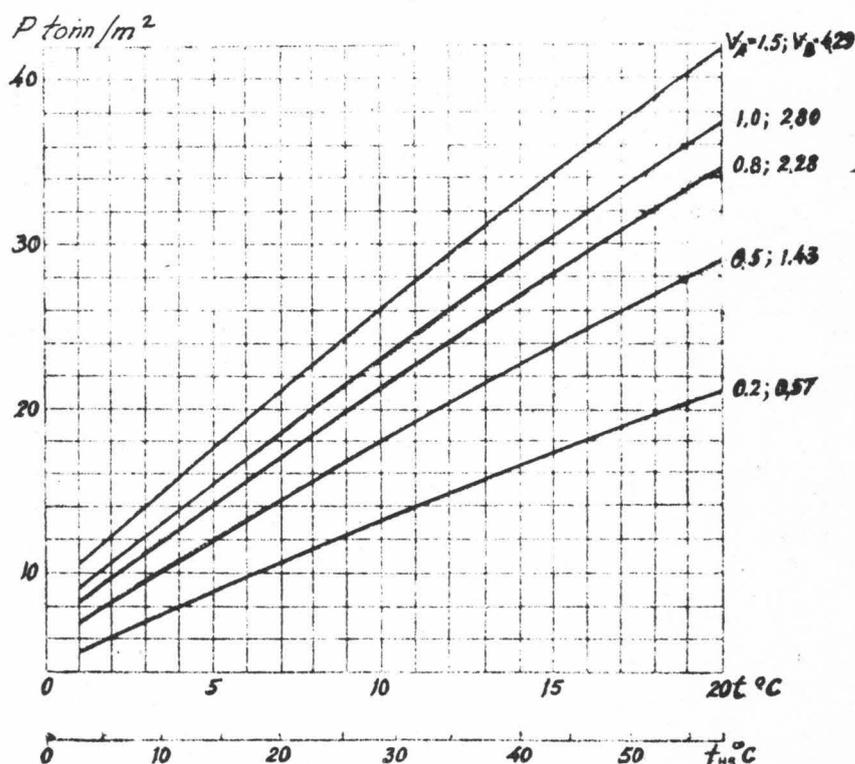
Hvis isen er snødekket, må en ta hensyn til dette. Da må $t_{n is}$ og λ multipliseres med en koeffisient ζ som er lik:

$$\zeta = \frac{h}{h + h_s \frac{\lambda}{\lambda_s}}$$

hvor h og h_s er henholdsvis isens og snølagets tykkelse, λ og λ_s er henholdsvis isens og snøens varmeledningsevne. λ kan antas = 2 kkal/m grad, time og $\lambda_s = 0,22$ kkal/m grad, time.

Videre gir forfatteren en oversikt over det maksimale statiske trykk som er konstatert i vinterens løp i forskjellige områder i Russland. Eksempelvis i Sibirien 30 tonn/m², Leningrads området 20 tonn/m² og i Kaukasia 15 tonn/m².

For beregning av isens statiske trykk kan brukes følgende grafikk

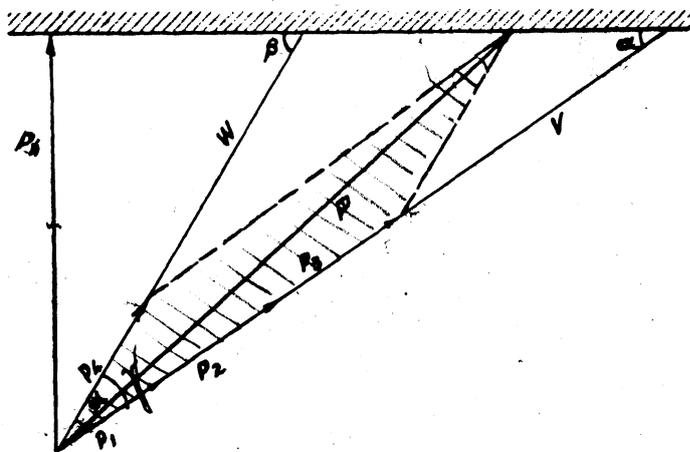


Han nevner at utenlandske forskere har funnet at det totale istrykk når sitt maksimum ved en istykkelse på 50-60 cm. Ved større istykkelse blir temperaturstigningen i isen dempet ved en og samme lufttemperaturstigning. Samtidig faller maksimalspenningene i forskjellige islag mere og mere fra hverandre i tid.

6. Trykket ved isskruing.

Hvis frittflytende isflak drives av vind eller strøm mot fronten av en konstruksjon. Da kan P beregnes av formelen

$$P = \sqrt{(P_1 + P_2 + P_3)^2 + 2(P_1 + P_2 + P_3)P_4}$$



hvor komponentene P_1 , P_2 , P_3 , P_4 er vist skjematisk på tegningen.

$$P_n = \omega \left[(P_1 + P_2 + P_3) \sin \alpha + P_4 \sin \beta \right]$$

P_1 er friksjonskraften som strømmingen forårsaker på isflakets underside. Den kan settes til $0,5 V^2 \text{ kg/m}^2$.

P_2 er hydrodynamisk trykk mot iskanten

$$P_2 = 50 \frac{h}{L} V^2 \text{ kg/m}^2$$

P_3 er horisontalkomponent på grunn av isflakets skråning

$$P_3 = 920 h i \text{ kg/m}^2$$

P_4 friksjonskraften mellom is og luft.

$$P_4 = (0,0001 + 0,002) W^2$$

α er vinkelen mellom fronten av konstruksjonen og strømretning. β er vinkelen mellom fronten og vindretning. γ er vinkelen mellom strøm- og vindretning.

ω er isflakets størrelse i m^2 .

V er strømhastigheten under isflakene ved isskruing.

W er maksimal vindhastighet.

h er isflakets tykkelse.

L er midlere lengde i strømretningen.

i er fallet av piesometrisk overflate.

Ved $\gamma = 0$ er

$$P = (P_1 + P_2 + P_3) \omega$$

Hvis $V < 0,11$ m/sek kan en anta at :

$$P_1 = P_2 = P_3 = 0$$

$$P = \omega \cdot P_n \quad P_n = P_4 \omega \sin \beta$$

Isflakets lengde må for hver gang måles men må ikke inngå i formlene med en større verdi enn $1/3$ av elvens bredde.

7. Isens løfteevne.

Løftekraften ved vannstandsøkninger kan beregnes etter formelen :

$$P_v = \frac{300 h^2}{L_n \frac{50 h}{d}}$$

h er isens tykkelse

d er pålens diameter. Hvis det er flere påler sammenbundet da beregnes d av formelen $d = \sqrt{a b}$ hvor a og b er kantene ved vannspeilet.

Formelen kan anvendes hvis en større flate er dekket av is og for enkelte fastfrosne frittstående påler eller pålegrupper som er omgitt is med radius minst $20 \cdot h$. Hvis en rekke påler står i en avstand av mindre enn 1 m er de ikke utsatt for noen løftekraft av betydning.

Hvis det gjelder å finne løftekraften på vegger, skråninger o.s.v. kan formlene ikke benyttes.

Ved enkelte konstruksjoner, pillarer, lave dammer o.l., kan isens løfteevne ved vannstandsstigning ha betydning. Utenlandske undersøkelser viser at kraften kan gå opp i ca. 1 tonn/m ved 40 cm tykk is og en vannstandsøking på noen dm.

