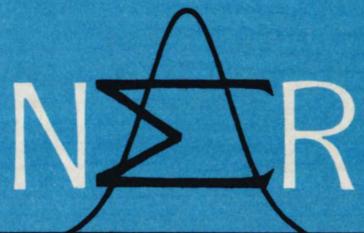


NORSK REGNESENTRAL

NORWEGIAN COMPUTING CENTER  
OSLO 3 - NORWAY



ANALYSE AV HYDROLOGISKE  
DATA VED LINEÆRE TRANSFER-MODELLER

Rapport til  
Norges vassdrags- og elektrisitetsvesen  
av  
Eivind Damsleth

NORSK REGNESENTRAL  
NR

B-NR	FORSK. INST. NAVN	NTNF-GRUPPE	FORELØPIG KONFIDENSIELL/KONFIDENSIELL ÅPEN
TITTEL			
Analyse av hydrologiske data ved lineære transfer-modeller			
INTERNT INST.NR	602	ISBN	82-539-0071-6
FORFATTER (E)	Eivind Damsleth	ANTALL SIDER	33 s.
		DATO	30/4-1978

OPPDR.GIVER

Norges vassdrags- og elektrisitetsvesen

REFERAT MAKS. 40 ORD

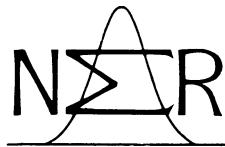
Rapporten beskriver i detalj analyse av tilsvigsdata fra Nelaug ved hjelp av Box & Jenkins' univariate ARIMA-modeller og lineære transfer-modeller. Resultater fra tilsvarende analyser fra Knappom og Ølsjø presenteres også.

4 EMNEORD A MAKS. 23 KARAKTERER

Tidsrekkeanalyse	(Time Series Analysis) CR nr: 5.52
ARIMA-modeller	(ARIMA-models ) GR: 044
Transferfunksjoner	(Transfer functions )

**NORSK REGNESENTRAL / NORWEGIAN COMPUTING CENTER**

**Forskningsvn. 1 B, Blindern, Oslo 3, Norway, telefon (02) 46 69 30**



Publikasjonsnr 602

ANALYSE AV HYDROLOGISKE  
DATA VED LINEÆRE TRANSFER-MODELLER

Rapport til  
Norges vassdrags- og elektrisitetsvesen  
av  
Eivind Damsleth

Prosjekt nr 240011  
April 1978

Forord

På oppdrag fra Norges Vassdrags- og Elektrisitetsvesen, Hydrologisk Avdeling, har Norsk Regnesentral utført et prosjekt innenfor stokastisk modellering av hydrologiske data. Prosjektet inngår som et delprosjekt i et større prosjekt om hydrologiske prognosemodeller som NVE utfører for Reguleringsforeningenes Landssammenslutning.

Kontaktpersoner hos NVE har vært Lars Roald, Nils Roar Sælthun og Bo Wingård.

Blindern, 30.april 1978

Eivind Damsleth

Innhold	side
<b>Forord</b>	<b>II</b>
<b>Innhold</b>	<b>III</b>
1.    Innledning	1
2.    Datagrunnlag	2
2.1    Data fra Nelaug	2
2.2    Data fra Knappom	2
2.3    Data fra Ølsjø	2
3.    Univariat modell	3
3.1    Tilsigsdata fra Nelaug	3
3.1.1    Identifisering	3
3.1.2    Estimering	6
3.1.3    Diagnostisering	6
3.1.4    Univariate prognoser	8
3.2    Tilsigsdata fra Knappom	8
3.3    Tilsigsdata fra Ølsjø	10
3.4    Vurdering av de univariate modeller	10
4.    Transfer modell	10
4.1    Valg av input-serier	10
4.2    Tilsigsdata fra Nelaug	12
4.2.1    Netto nedbør og temperatur input	12
4.2.1.1    Univariat modell for input seriene	12
4.2.1.2    Transfer-funksjon identifisering	12
4.2.1.3    Transfer-funksjon estimering	16
4.2.1.4    Diagnostisering	17
4.2.1.5    Transfer-modell prognoser	17
4.2.2    Simulert tilsig som input	20
4.2.2.1    Univariat modell for input serien	20
4.2.2.2    Transfer-funksjon identifisering	20
4.2.2.3    Transfer-funksjon estimering	23
4.2.2.4    Diagnostisering	23
4.2.2.5    Transfer-modell prognoser	23
4.3    Tilsigsdata fra Knappom	26
4.4    Tilsigsdata fra Ølsjø	26
5.    Sammenligning av simulert og observert tilsig	27
5.1    Univariat modellsammenligning	27
5.2    Kryss-korrelasjonssammenligning	29
5.3    Vurdering av støy-prosessen	29
5.4    Konklusjon	29
6.    Sammendrag	29
<b>Referanser</b>	<b>30</b>

## 1. Innledning

Denne rapport omhandler tilpasning av Box & Jenkins univariate ARIMA-modeller og lineære transfer-modeller for tilsigsdata fra tre stasjoner i Sør-Norge. For en innføring i den grunnleggende teori for disse modeller henvises til Box & Jenkins (1970). Blant andre arbeider innenfor dette feltet kan nevnes McKerchar & Delleur (1972), Chatfield & Prothero (1973) og Lawrence & Kottekoda (1977).

Kapittel 2 gir en kort beskrivelse av datagrunnlaget. I kapittel 3 utvikles univariate ARIMA-modeller for tilsigsseriene, og i kapittel 4 utarbeides lineære transfermodeller. Som input til transfer-modellene er benyttet "netto-nedbør", dvs nedbør korrigert for snemagasinering og smelting, og simulert tilsig, som er output fra en deterministisk modell for tilsiget. Kapittel 5 gir en vurdering av den simulerte tilsigsserien som beskrivelse av den reelle. I kapittel 6 er det gitt et kortfattet sammendrag av resultatene.

## 2. Datagrunnlag

Datagrunnlaget for analysene som denne rapport omhandler, er tilsigsobservasjoner fra Nelaug, stasjonsnr. 517, Knappom, stasjonsnr. 410 og Ølsjø, stasjonsnr. 1120. Alle observasjoner er gjort som pentadeverdier, dvs middelverdi over 5-døgnspérioder.

Tilsiget innen et felt er et mål for feltets egen vannproduksjon og beregnes som differansen mellom den vannmengde som renner ut av feltet og den som slippes inn. Uheldigvis er det knyttet en del usikkerhet til denne metoden, som fører til at det i perioder med lite tilsig faktisk kan bli beregnet en negativ verdi for tilsiget. Der dette skjer har vi satt tilsigsverdien til 0.

### 2.1 Data fra Nelaug

Fra Nelaug har vi analysert data fra 1972 - 1975, i alt 292 pentader. Data-kvaliteten er rimelig god. Fenomenet med negative tilsig forekommer 6 steder, i pentadene 38 og 48 i 1973, 36 og 37 i 1974 og 36 og 37 i 1975.

### 2.2 Data fra Knappom

Analysen for Knappom behandler data fra årene 1969 - 1973, i alt 365 pentader. Det er ingen negative tilsig, men tilsigsserien er noe forstyrret av regulering for tømmerfløtingsformål. Dette gir enkelte "ville" tilsigsverdier i serien.

### 2.3 Data fra Ølsjø

Dataserien fra Ølsjø dekker de 292 pentadene fra 1972 - 1975. Problemet med negative tilsig er formidabelt. Tilsiget er beregnet negativt og satt til 0 for pentadene

1972:	1 - 14	og	41 - 73	
1973:	1 - 18			
1974:	4 - 8,	41 - 44	og 68 - 73	
1975:	1 - 21,	36,	38 - 54,	57 - 65

dvs for 128 av 292 perioder. Dette vil rimeligvis ha en betydelig effekt på modellbyggingen for Ølsjø.

### 3. Univariat modell

Dette kapittel gir en detaljert gjennomgang av byggingen av en univariat modell for tilsigdataene fra Nelaug. For Knappom og Ølsjø er bare resultatene og en vurdering av modellen gitt.

#### 3.1 Tilsigsdata fra Nelaug

La  $x_t$  betegne observert pentademiddeltilsig i pentade nr  $t$ ,  $t = 1, 2, \dots, 280$ .  $t = 1$  representerer første pentade i 1972,  $t = 280$  representerer pentade nr 61 (slutten av oktober) 1975. De resterende 12 verdier fra 1975 foreligger også, men vil bli brukt til verifikasjon av modellen og er holdt utenfor modellbyggingsfasen.

##### 3.1.1 Identifisering

Første trinn i en modellbyggingsprosess er identifiseringen av en (eller flere) mulig(e) modellkandidat(er).

ARIMA-modeller forutsetter at tidsrekken har konstant varians, uavhengig av rekkens nivå. Hvis så ikke er tilfelle, vil det ofte være gunstig å transformere observasjonene ved en såkalt Box & Cox transformasjon,

$$z_t = \begin{cases} (x_t + \alpha)^\lambda & \lambda \neq 0 \\ \ln(x_t + \alpha) & \lambda = 0 \end{cases}$$

hvor  $\alpha$  er valgt slik at  $x_t + \alpha > 0$  for alle  $t$ .

Et nyttig hjelpemiddel for å vurdere hvorvidt det er nødvendig å transformere, og for å anslå verdien av  $\lambda$ , er et plott av variasjonsbredden mot gjennomsnittsverdier, ofte kalt et "range-mean plot". For å lage et slikt grupperes sekvensielle observasjoner i passe store grupper. For hver gruppe beregnes variasjonsbredde, dvs avstanden mellom største og minste observasjon, og middelverdi. På denne måten fremkommer en rekke tall-par, som kan plottes med middelverdien som abcisse og variasjonsbredde som ordinat. Disse punktene vil være et grovt estimat for den sammenheng som er mellom spredning og nivå for serien. Hvis punktene danner en tilnærmet horizontal linje betyr dette at spredningen er uavhengig av nivået, og det er ikke behov for transformasjon. Hvis spredningen vokser tilnærmet lineært med nivået, indikerer dette at det vil være behov for transformasjon med en  $\lambda$  som har motsatt fortegn av krumningen til den kurven punktene tilnærmer.

I figur 3.1 er det vist et range-mean plott for  $x_t$ -serien. Det er tydelig at spredningen øker med nivået, og det er ikke noen markert krumning i bildet. Dette indikerer altså at det vil være gunstig med en transformasjon med  $\lambda$  nær 0. Vi velger derfor å fortsette identifiseringen med log-transformerte data, men vil komme tilbake til valg av  $\lambda$ -verdi i estimeringsfasen. Når nå transformasjonsparametren er bestemt, er neste skritt å finne en ARIMA-modell som gir en god beskrivelse av den transformerte serien. Dette gjøres ut fra den estimerte autokorrelasjonsfunksjon og partielle autokorrelasjon for serien. I tabell 3.1 og 3.2 er det gitt autokorrelasjoner opp til avstand 80 og partielle autokorrelasjoner opp til avstand 20 for serien og dens første differens.

Forløpet av de første autokorrelasjonene for den udifferensierte serien i tabell 3.1 er typisk for en AR(1)-modell med AR-parameter ca 0.8. Dette bekreftes også av de partielle autokorrelasjonene. Imidlertid er det mange relativt store (i tallverdi) autokorrelasjoner for store avstander, så det er et visst grunnlag for å si at autokorrelasjonene dør langsomt ut og at serien derfor bør differensieres. Inspeksjon av tabell 3.2 gir at den differensierte serien i så fall kan modelleres ved en MA(2) modell.

Identifiseringen gir oss altså to alternativer

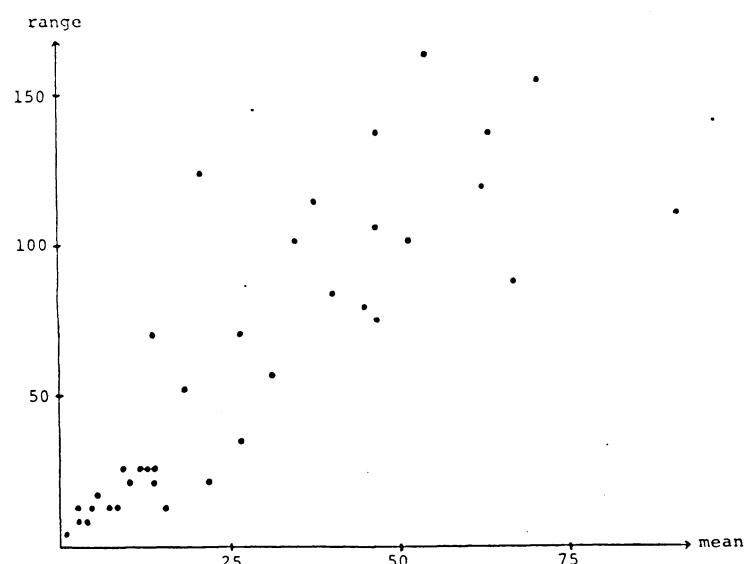
$$\text{Modell 1: } (1 - \phi B)(z_t - \mu) = a_t, \quad \phi \approx 0.8$$

$$\text{Modell 2: } (1 - B)z_t = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2)a_t, \quad \theta_1 \approx 0.1, \quad \theta_2 \approx 0.2$$

hvor  $z_t = \ln(x_t + 1)$ .

B er her skift-operatoren, slik at  $B^k z_t = z_{t-k}$

Det er verdt å legge merke til at på tross av at det er data med klare sesongmønstre, er disse mønstre så ustabile at autokorrelasjonene omkring avstand 73 (ett år) ikke er signifikant forskjellig fra null.



Figur 3.1 Range-mean plott for tilsig i Nelaug, basert på 8 observasjoner pr. gruppe

## AUTOCORRELATION FUNCTION

DATA - STASJON: 517 KODE: 20 TETTHET: 73 1972/ 1 - 1975/ 61

DIFFERENCING - ORIGINAL SERIES IS YOUR DATA.

DIFFERENCES BELOW ARE OF ORDER 1

YOUR DATA TRANSFORMED DATA = LOG(Z(T)+ .10000E+01)

## ORIGINAL SERIES

MEAN OF THE SERIES = .28141E+01

ST. DEV. OF SERIES = .11989E+01

NUMBER OF OBSERVATIONS = 280

1- 10	.79	.61	.51	.42	.37	.25	.20	.19	.15	.11
ST.E.	.06	.09	.10	.11	.12	.12	.12	.13	.13	
11- 20	.01	-.02	-.04	-.07	-.12	-.15	-.16	-.16	-.17	-.20
ST.E.	.13	.13	.13	.13	.13	.13	.13	.13	.13	
21- 30	-.21	-.20	-.18	-.17	-.18	-.18	-.17	-.16	-.17	-.18
ST.E.	.13	.13	.13	.13	.13	.14	.14	.14	.14	
31- 40	-.20	-.20	-.22	-.23	-.21	-.20	-.16	-.16	-.19	-.19
ST.E.	.14	.14	.14	.14	.14	.15	.15	.15	.15	
41- 50	-.18	-.17	-.16	-.10	-.02	.03	.07	.08	.07	.07
ST.E.	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	
51- 60	.05	.03	.01	-.01	-.00	.01	.02	.03	.05	.07
ST.E.	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	
61- 70	.09	.07	.08	.11	.14	.17	.17	.18	.21	.20
ST.E.	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.16	.16	
71- 80	.21	.20	.21	.23	.20	.16	.15	.13	.11	.07
ST.E.	.16	.16	.16	.16	.16	.16	.16	.16	.16	

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = .39276E+02

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE .91281E+03  
SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 80 DEGREES OF FREEDOM

## PARTIAL AUTOCORRELATIONS

1- 10	.79	-.03	.18	-.03	.08	-.18	.10	.06	-.05	-.06
11- 20	-.14	.06	-.04	-.01	-.08	-.00	-.04	.01	-.01	-.06

Tabell 3.1 Autokorrelasjoner og partielle autokorrelasjoner  
for tilsig i Nelaug, udifferensiert

## AUTOCORRELATION FUNCTION

DATA - STASJON: 517 KODE: 20 TETTHET: 73 1972/ 1 - 1975/ 61

DIFFERENCING - ORIGINAL SERIES IS YOUR DATA.

DIFFERENCES BELOW ARE OF ORDER 1

YOUR DATA TRANSFORMED DATA = LOG(Z(T)+ .10000E+01)

## DIFFERENCE 1

MEAN OF THE SERIES = -.13678E-02

ST. DEV. OF SERIES = .78317E+00

NUMBER OF OBSERVATIONS = 279

1- 10	-.08	-.19	-.02	-.09	.15	-.14	-.13	.08	.03	.10
ST.E.	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.07	.07	.07
11- 20	-.15	-.04	.05	.02	-.01	-.06	-.02	.03	.04	-.04
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
21- 30	-.06	-.02	.03	.05	-.03	-.04	.02	.03	.01	.01
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
31- 40	-.03	.04	-.02	-.05	-.00	-.07	.10	.08	-.07	-.04
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
41- 50	-.01	.02	-.11	-.07	.06	.04	.07	.04	-.02	.06
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
51- 60	-.01	-.02	.02	-.06	-.03	.03	-.02	-.01	-.01	.00
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
61- 70	.08	-.06	-.05	-.00	.01	.06	-.03	-.04	.10	-.05
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
71- 80	.02	-.01	-.04	.11	.02	-.07	.00	.03	.05	-.03
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.08	.08	.08	.08	.08

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = .29173E-01

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE .83097E+02  
SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 80 DEGREES OF FREEDOM

## PARTIAL AUTOCORRELATIONS

1- 10	-.08	-.19	-.05	-.14	.12	-.17	-.11	-.01	.00	.06
11- 20	-.13	-.01	-.06	.02	-.06	-.02	-.07	-.05	.01	-.05

Tabell 3.2 Autokorrelasjoner og partielle autokorrelasjoner  
for tilsig i Nelaug, 1.ordens differens

### 3.1.2 Estimering

I begge modellene har vi to ukjente parametere,  $\mu$  og  $\phi$  for modell 1,  $\theta_1$  og  $\theta_2$  for modell 2. I tillegg kommer transformasjonsparameteren  $\lambda$ , som vi ønsker å estimere sammen med de øvrige parametene. Estimeringen skjer ved en tilnærmet sannsynlighetsmaksimeringsmetode.

For begge modellene ble  $\lambda$  estimert til 0.09. Denne verdien gir ikke grunnlag for å forkaste hypotesen om  $\lambda = 0$ . Av tolkningshensyn velger vi derfor å benytte  $\lambda = 0$  videre. Med  $\lambda = 0$  ble de to modellene estimert til

$$\text{Modell 1: } (1-0.79B)(z_t - 2.81) = a_t \quad , \quad \sigma_a = 0.74 \\ (0.04) \quad (0.23)$$

$$\text{Modell 2: } (1-B)z_t = (1-0.11B-0.27B^2)a_t, \quad \sigma_a = 0.76 \\ (0.06) \quad (0.06)$$

$$\text{hvor } z_t = \ln(x_t + 1)$$

Tallene i parentes er approksimativt ett standardavvik for parameterestimatene. Ut fra residualt standardavvik er altså modell 1 å foretrekke, men forskjellene mellom modellene i så måte er liten.

### 3.1.3 Diagnostisering

I tabell 3.3 og 3.4 er gitt estimerte autokorrelasjoner for residualene fra modell 1 og 2 henholdsvis.

Fra tabell 3.3 ses at  $r_5$  og  $r_{11}$  er store, så store at kji-kvadrattesten for hypotesen om at residualene kommer fra en hvit-støy prosess forkaster på 5% nivå. Det er mulig å bygge inn ledd i modellen som forklarer disse store verdiene, men det er etter vår oppfatning ingen rimelig grunn til at det skal eksistere avhengighet på disse avstander, og vi har valgt ikke å raffinere modell 1 videre.

I tabell 3.4 er det  $r_6$  og  $r_{11}$  som peker seg ut. For modell 2 forkaster så vidt ikke kji-kvadrattesten hvit-støy hypotesen på 5% nivå. Som for modell 1 vil vi heller ikke her raffinere modellen videre.

Hvilken modell skal vi så velge, 1 eller 2? Basert på residualt standardavvik er modell 1 best, mens modell 2 er å foretrekke ut fra residual autokorrelasjon. For å sammenligne ytterligere har vi benyttet begge modeller til å ett-trinns prognostisere periodene 281 - 292, og sammenlignet gjennomsnittlig kvadratavvik fra de observerte (log-transformerte) verdiene.

## DATA - THE ESTIMATED RESIDUALS - MODEL 1

## ORIGINAL SERIES

MEAN OF THE SERIES = .33493E-08  
 ST. DEV. OF SERIES = .74051E+00  
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 279

1- 19	.02	-.09	.04	-.03	.17	-.09	-.03	.10	.04	.10
ST.E.	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06
11- 20	-.13	-.04	.04	.01	-.02	-.07	-.04	.01	.02	-.05
ST.E.	.06	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = .75548E-07

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE .30381E+02  
 SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 18 DEGREES OF FREEDOM

Tabell 3.3 Autokorrelasjoner for de estimerte residualer  
 fra modell 1:  $(1-0.79B)(z_t - 2.81) = a_t$

## DATA - THE ESTIMATED RESIDUALS - MODEL 2

## ORIGINAL SERIES

MEAN OF THE SERIES = .35307E-03  
 ST. DEV. OF SERIES = .75904E+00  
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 279

1- 19	.00	.04	.00	-.11	.10	-.15	-.11	.06	-.03	.09
ST.E.	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06
11- 20	-.14	-.03	-.00	-.01	-.03	-.07	-.03	-.01	.01	-.05
ST.E.	.06	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = .77696E-02

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE .28168E+02  
 SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 18 DEGREES OF FREEDOM

Tabell 3.4 Autokorrelasjoner for de estimerte residualer  
 fra modell 2:  $(1-B)z_t = (1-0.11B - 0.27B^2)a_t$

Modell 1 gir ett gjennomsnittlig kvadratavvik på 0.45 mens modell 2 gir 0.54. Selv om forskjellen heller ikke her er stor, bestemmer vi oss for modell 1 som univariat modell for tilsiget i Nelaug.

### 3.1.4 Univariate prognoser

Så snart det er funnet en endelig modell for serien, er det enkelt å utarbeide prognoser for fremtidige verdier av serien. I tabell 3.5 er det gitt prognoser for de 12 pentadene i november og desember 1975, dvs periodene 281-292, med utgangspunkt i periode 280. Tabellen inneholder også tilnærmede 90% konfidensgrenser for prognosene, samt de faktisk observerte verdiene. I tabellen er også gitt oppdaterte ett-trinnsprognosenter for den samme perioden, med konfidensgrenser.

## 3.2 Tilsigsdata fra Knappom

For tilsigsdataene fra Knappom gir en tilsvarende prosess som foran at vi har valget mellom modellene

$$\text{Modell 1: } (1 - 0.84B)(z_t - 2.44) = (1 + 0.16B + 0.13B^2)a_t, \quad \sigma_a = 0.44 \\ (0.04) \quad (0.19) \quad (0.06) \quad (0.06)$$

$$\text{Modell 2: } (1 - B)z_t = (1 + 0.06B)a_t, \quad \sigma_a = 0.46$$

$$\text{hvor } z_t \text{ igjen} = \ln(x_t + 1).$$

Begge modeller er tilfredsstillende hva angår residual autokorrelasjon, dog med modell 1 som den beste. Ut fra så vel residualt standardavvik som residual autokorrelasjon bør altså modell 1 velges. Hvis vi derimot ser på gjennomsnittlig kvadratavvik for ett-trinnsprognosenter for periodene 354 - 365 er dette 0.031 for modell 1 og 0.019 for modell 2. I dette tilfellet har altså modell 2 en gjennomsnittlig kvadratisk prognosefeil som bare er 60% av modell 1, og dette gjør at vi velger modell 2 som univariat modell for tilsiget i Knappom.

Det er for øvrig verdt å bemerke at for begge modeller er gjennomsnittlig kvadratisk prognosefeil betydelig mindre enn sin forventede verdi som er ca 0.2 for begge modeller. Dette har sin forklaring i at det var bare ubetydelig nedbør i de siste to månedene av 1973, som er den periode som prognostiseres, og serien er dermed lett å prognostisere.

I tabell 3.6 er det gitt prognosenter for de tolv pentadene i november og desember 1973, periodene 354 - 365; både med utgangspunkt i periode 353, og oppdaterte ett-trinnsprognosenter.

Periode	Prognosering med utgangspunkt i periode 280			Oppdaterte ett-trinns prognosering			Observerte verdier
	nedre 90% grense	prog- nose verdi	øvre 90% grense	nedre 90% grense	prog- nose verdi	øvre 90% grense	
281	1.9	9.0	33.2	1.9	9.0	33.2	15.6
282	1.3	10.2	52.2	3.9	15.6	54.9	10.0
283	1.1	11.1	68.0	4.6	11.0	39.4	10.5
284	1.1	12.0	80.5	2.7	11.4	37.4	77.3
285	1.1	12.7	90.2	15.7	55.3	188.5	32.4
286	1.1	13.3	97.5	7.6	27.8	95.9	84.0
287	1.1	13.7	103.0	16.9	59.1	201.3	50.3
288	1.1	14.1	107.1	11.0	39.4	135.0	37.1
289	1.1	14.4	110.3	8.5	30.9	106.4	31.0
290	1.2	14.7	112.6	7.3	26.8	92.6	19.8
291	1.2	14.9	114.4	4.9	18.8	65.6	20.1
292	1.2	15.0	115.8	5.0	19.1	66.6	22.0

Tabell 3.5 Univariate prognosering for tilsig i Nelaug for perioden nov. - des. 1975  
Middelverdier over pentader

Periode	Prognosering med utgangspunkt i periode 353			Oppdaterte ett-trinns prognosering			Observerte verdier
	nedre 90% grense	prog- nose verdi	øvre 90% grense	nedre 90% grense	prog- nose verdi	øvre 90% grense	
354	2.8	7.0	16.2	2.8	7.0	16.2	7.6
355	1.7	7.0	23.4	3.0	7.6	17.3	9.6
356	1.0	7.0	30.7	4.0	9.7	21.8	6.8
357	0.6	7.0	38.5	2.6	6.6	15.2	5.3
358	0.3	7.0	46.9	1.9	5.2	12.2	4.5
359	0.1	7.0	56.1	1.6	4.5	10.7	4.1
360	0.0	7.0	66.0	1.4	4.1	9.8	4.1
361	0.0	7.0	76.7	1.4	4.1	9.8	3.9
362	0.0	7.0	88.3	1.3	3.9	9.4	3.8
363	0.0	7.0	100.9	1.3	3.8	9.2	3.5
364	0.0	7.0	114.5	1.1	3.5	8.6	3.3
365	0.0	7.0	129.2	1.0	3.3	8.1	3.2

Tabell 3.6 Univariate prognosering for tilsig i Knappom for perioden nov. - des. 1973.  
Middelverdier over pentader

### 3.3 Tilsigsdata fra Ølsjø

Tilsigsdatene fra Ølsjø viser et klarere ikke-stasjonært mønster enn Nelaug og Knappom. Dette skyldes antakelig de lange sekvensene med identiske verdier som serien inneholder, se pkt. 2.3. Identifikasjonsprosessen gir at serien kan tilfredsstillende representeres ved modellen

$$(1-B)z_t = a_t, \quad \sigma_a = 0.44, \quad z_t = \ln(x_t + 1)$$

Tabell 3.7 gir prognoser med utgangspunkt i periode 280 for periodene 281-292, dvs november og desember 1975, og oppdaterte ett-trinns prognoser for den samme perioden.

### 3.4 Vurdering av de univariate modeller

Vi har funnet univariate modeller for tilsiget som gir en tilfredsstillende beskrivelse av det historiske forløp, og som produserer prognosenter som stemmer rimelig godt, vurdert ut fra prognosenes usikkerhet.

Det residuale standardavvik, og dermed prognoseusikkerheten, er stort.

Dette gjenspeiler ikke noen svakhet i modellen som sådan, men illustrerer at det er begrenset hvor meget informasjon om fremtidige verdier som er inneholdt i de historiske verdier alene. For å redusere prognoseusikkerheten vil det derfor være nødvendig å trekke inn andre faktorer som påvirker tilsiget. Det er dette som er gjort i kapittel 4.

## 4. Transfer modell

Konklusjonen for kapittel 3 var at selv om tilsigsdataene lar seg tilfredsstillende representere ved en univariat ARIMA-modell, er residualt standardavvik så stort at modellene neppe har noen praktisk verdi ut fra et prognosesynspunkt. For å redusere støyvariansen kan vi bygge inn i modellen en eller flere faktorer som antas å ha innvirkning på tilsiget, som input til en transfermodell. Dette kapittel gir en detaljert gjennomgang av byggingen av transfermodellen for Nelaug. For Knappom og Ølsjø er bare resultatene gitt.

### 4.1 Valg av input serier

Den dominerende årsak til variasjonene i tilsiget er nedbør og snesmelting.

Bruk av nedbør som input direkte er vanskelig, fordi effekten av nedbør på tilsiget er sterkt avhengig av om nedbøren kommer som sne eller regn.

For å ta hensyn til dette, og samtidig inkorporere effekten av snesmeltingen velges som input en "netto" nedbørserie, som er den reelle nedbør korrigert

Periode	Prognosering med utgangspunkt i periode 280			Oppdaterte ett-trinnsprognosering			Observerte verdier
	nedre 90% grense	prog- nose verdi	øvre 90% grense	nedre 90% grense	prog- nose verdi	øvre 90% grense	
281	0.0	0.0	0.9	0.0	0.0	0.9	0.0
282	0.0	0.0	1.5	0.0	0.0	0.9	0.0
283	0.0	0.0	2.1	0.0	0.0	0.9	0.0
284	0.0	0.0	2.6	0.0	0.0	0.9	0.0
285	0.0	0.0	3.2	0.0	0.0	0.9	0.7
286	0.0	0.0	3.9	0.0	0.7	2.2	0.6
287	0.0	0.0	4.5	0.0	0.6	2.0	1.1
288	0.0	0.0	5.2	0.1	1.1	3.0	0.6
289	0.0	0.0	5.9	0.0	0.6	2.0	0.7
290	0.0	0.0	6.7	0.0	0.7	2.2	0.4
291	0.0	0.0	7.5	0.0	0.4	1.7	0.6
292	0.0	0.0	8.3	0.0	0.6	2.0	2.8

Tabell 3.7 Univariate prognosering for tilsig i Ølsjø for perioden nov. - des. 1975.  
Middelverdier over pentader

for magasinering og avsmelting i snemagasinene. En nærmere beskrivelse av den metoden som er benyttet er gitt hos S.Aam et. al. (1977)

En annen faktor som kan tenkes å ha effekt på tilsiget er temperaturen.

Så vel hydrologisk teori som intuisjon tilsier at de relasjoner som gjelder mellom nedbør, temperatur og tilsig er vesentlig mer komplekse enn hva en lineær transfermodell kan uttrykke. Innen SNSF-prosjektet er det utviklet en deterministisk modell for denne relasjonen. For nærmere dokumentasjon av modellen henvises til B.Lindquist (1976). Vi har også benyttet resultatet fra denne modellen, m a o en simulert tilsigsserie, som input til transfermodellen.

#### 4.2 Tilsigsdata fra Nelaug

Vi søker først en transfer-modell med netto nedbør og temperatur som input.

Det er lite hensiktsmessig å trekke inn netto nedbør og simulert tilsig simultant i en modell, fordi disse to seriene (forutsetningsvis) vil være sterkt avhengige.

##### 4.2.1 Netto nedbør og temperatur input

###### 4.2.1.1 Univariat modell for input-seriene

Første skritt i identifiseringen av en transfer-modell er å bygge univariate modeller for input-seriene. Ut fra samme prosedyre som i kapittel 3 finnes at netto nedbøren lar seg tilfredsstillende beskrive ved AR(1) modellen

$$(1 - .41B)(x_{1t} - 2.62) = a_t$$

hvor  $x_{1t}$  = ln(1 + netto nedbør i pentade nr t).

Temperaturen lar seg tilsvarende beskrive ved ARIMA(0.1.1) modellen

$$(1 - B)x_{2t} = (1 - 0.38B)a_t$$

hvor  $x_{2t}$  er middeltemperaturen i pentade nr t.

###### 4.2.1.2 Transfer-funksjon identifisering

Når vi har funnet univariate modeller for input-seriene, kan disse benyttes til "prewhitening" av output og input. Krysskorrelasjonsfunksjonen mellom prewhitened input og output er et mål på den reelle avhengigheten som eksisterer mellom seriene, når effekten av autokorrelasjon er fjernet. Tabell 4.1 gir krysskorrelasjonsfunksjonen mellom prewhitened tilsig og netto nedbør, og tabell 4.2 tilsvarende for tilsig og temperatur. Tabell 4.1 viser at en rekke

## CROSS CORRELATIONS

SERIES 1 - PREWHITENED STASJON: 517 KODE: 91  
 SERIES 2 - PREWHITENED STASJON: 517 KODE: 20

MEAN OF SERIES 1 = -.14847E-01  
 ST. DEV. OF SERIES 1 = .15969E+01  
 MEAN OF SERIES 2 = .24037E-02  
 ST. DEV. OF SERIES 2 = .86824E+00

NUMBER OF LAGS ON SERIES 1	CROSS CORRELATION
0	.385
1	.457
2	.201
3	.184
4	.075
5	.120
6	.117
7	-.088
8	-.038
9	.010
10	-.006
11	-.035
12	-.113
13	-.067
14	-.010
15	-.106

## CROSS CORRELATIONS

SERIES 1 - PREWHITENED STASJON: 3656 KODE: 47  
 SERIES 2 - PREWHITENED STASJON: 517 KODE: 20

MEAN OF SERIES 1 = .81403E-01  
 ST. DEV. OF SERIES 1 = .25786E+01  
 MEAN OF SERIES 2 = .86165E-02  
 ST. DEV. OF SERIES 2 = .17684E+01

NUMBER OF LAGS ON SERIES 1	CROSS CORRELATION
0	.038
1	.061
2	.031
3	.016
4	.015
5	.011
6	-.014
7	-.018
8	-.028
9	-.045
10	-.105
11	-.109
12	-.081
13	-.097
14	-.090
15	-.111

Tabell 4.1 Krysskorrelasjoner mellom prewhitened tilsig og netto-nedbør, Nelaug

Tabell 4.2 Krysskorrelasjoner mellom prewhitened tilsig og temperatur, Nelaug

de første krysskorrelasjonene er signifikant positive, hvilket er intuitivt rimelig. Fra tabell 4.2 ses at det ikke er noen signifikant lineær avhengighet mellom tilsig og temperatur, og det er ingen grunn til å forsøke å bygge temperaturen inn i transfer-modellen.

På basis av krysskorrelasjonsfunksjonen mellom prewhitened netto nedbør og tilsig kan impulsresponsvekt-funksjonen estimeres. Denne er vist i figur 4.1, og kan rimelig godt beskrives ved

$$v(B) = \frac{\omega_0 - \omega_1 B}{1 - \delta_1 B - \delta_2 B}$$

dvs at  $v(B)$  består av to atypiske verdier,  $v_0$  og  $v_1$ , og deretter følger en annen-ordens differensligning.

Den estimerte impulsresponsesvekt-funksjonen fra figur 4.1 kan benyttes til å beregne en tilnærmelse til støyprosessen. Dette er gjort, og i tabell 4.3 er gitt autokorrelasjonsfunksjon og partiell autokorrelasjonsfunksjon for denne. Tabell 4.4 gir tilsvarende for første differens av støyprosessen.

Autokorrelasjonsfunksjonen for støyen dør langsomt ut, og det er mange store (i tallverdi) autokorrelasjoner også på store avstander. Dette indikerer at støyprosessen er på grensen av ikke-stasjonaritet. Autokorrelasjonene for den differensierte støyserien gir at prosessen følger en ARIMA(0,1,2)-modell. Mønsteret fra de første autokorrelasjoner og partielle autokorrelasjoner indikerer at støyen også kan modelleres ved en ARIMA(1,0,2) modell med AR-parameter nær 1.

Identifiseringen gir altså som forslag to modeller:

$$\text{Modell 1: } y_t = \frac{\omega_0 - \omega_1 B}{1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2} x_{1t} + \frac{1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2}{1 - B} a_t$$

$$\text{Modell 2: } y_t = \frac{\omega_0 - \omega_1 B}{1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2} (x_{1t} - 2.62) + \frac{1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2}{1 - \phi B} a_t$$

hvor  $y_t = \ln(1 + \text{tilsig i pentade nr } t)$

og  $x_{1t} = \ln(1 + \text{netto nedbør i pentade nr } t)$

(2.62 er estimert forventning for  $x_{1t}$ -serien fra den univariate modellbyggingen for  $x_{1t}$ .

## AUTOCORRELATION FUNCTION

DATA - THE GENERATED NOISE SERIES

## ORIGINAL SERIES

MEAN OF THE SERIES = .26690E-01

ST. DEV. OF SERIES = .87383E+00

NUMBER OF OBSERVATIONS = 274

1- 10	.73	.60	.55	.52	.52	.43	.42	.40	.36	.33
ST.E.	.06	.09	.10	.11	.12	.13	.13	.14	.14	.15

11- 20	.23	.21	.15	.11	.07	.02	-.00	-.05	-.06	-.08
ST.E.	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15	.15

21- 30	-.15	-.19	-.23	-.22	-.23	-.26	-.26	-.26	-.26	-.26
ST.E.	.15	.15	.15	.15	.16	.16	.16	.16	.16	.16

31- 40	-.30	-.30	-.30	-.33	-.34	-.35	-.31	-.29	-.30	-.29
ST.E.	.16	.17	.17	.17	.17	.17	.18	.18	.18	.18

41- 50	-.31	-.34	-.35	-.29	-.23	-.21	-.21	-.19	-.15	-.11
ST.E.	.18	.19	.19	.19	.19	.19	.20	.20	.20	.20

51- 60	-.10	-.09	-.09	-.08	-.05	-.03	.06	.10	.12	.16
ST.E.	.20	.20	.20	.20	.20	.20	.20	.20	.20	.20

61- 70	.19	.19	.21	.22	.24	.25	.26	.29	.30	.27
ST.E.	.20	.20	.20	.20	.20	.20	.20	.21	.21	.21

71- 80	.28	.29	.28	.29	.28	.26	.28	.29	.27	.26
ST.E.	.21	.21	.21	.21	.21	.22	.22	.22	.22	.22

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = .50541E+00

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE .17188E+04  
SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 80 DEGREES OF FREEDOM

## PARTIAL AUTOCORRELATIONS

1- 10	.73	.13	.17	.10	.14	-.10	.10	.01	-.03	-.01
-------	-----	-----	-----	-----	-----	------	-----	-----	------	------

11- 20	-.14	-.00	-.10	-.02	-.07	-.02	-.04	-.03	.03	-.03
--------	------	------	------	------	------	------	------	------	-----	------

Tabell 4.3 Autokorrelasjoner og partielle autokorrelasjoner  
for støyprosessen, udifferensiert

## AUTOCORRELATION FUNCTION

DATA - THE GENERATED NOISE SERIES

## DIFFERENCE 1

MEAN OF THE SERIES = -.59431E-02

ST. DEV. OF SERIES = .63692E+00

NUMBER OF OBSERVATIONS = 273

1- 10	-.25	-.17	-.02	-.06	.18	-.14	-.01	.06	-.03	.11
ST.E.	.06	.06	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07

11- 20	-.13	.07	-.03	-.00	.03	-.05	.04	-.07	.03	.08
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07

21- 30	-.03	-.01	-.08	.02	.05	-.05	.01	-.00	-.01	.07
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07

31- 40	-.08	-.00	.06	-.04	.02	-.11	.03	.06	-.02	.04
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07

41- 50	.02	-.02	-.13	-.03	.11	.01	-.03	-.02	-.01	.06
ST.E.	.07	.07	.07	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08

51- 60	.00	.01	-.01	-.06	-.03	-.03	.03	.04	-.05	.03
ST.E.	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08

61- 70	.05	-.04	.01	-.02	.03	.02	-.04	.02	.08	-.09
ST.E.	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08

71- 80	.02	.01	-.02	.04	.02	-.09	.02	.07	-.02	.05
ST.E.	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = .15433E+00

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE .93809E+02  
SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 80 DEGREES OF FREEDOM

## PARTIAL AUTOCORRELATIONS

1- 10	-.25	-.25	-.16	-.19	.07	-.14	-.05	-.01	-.03	.03
-------	------	------	------	------	-----	------	------	------	------	-----

11- 20	-.06	.07	-.04	.02	-.01	-.00	-.00	-.08	-.01	.03
--------	------	-----	------	-----	------	------	------	------	------	-----

Tabell 4.4 Autokorrelasjoner og partielle autokorrelasjoner  
for støyprosessen, 1.differens

#### 4.2.1.3 Transfer-funksjon estimering

Modell 1 har 6 ukjent parametere, modell 2 har 8. De ukjente parametere estimeres ved en tilnærmet sannsynlighetsmaksimeringsmetode, som gir

Modell 1:

$$y_t = \frac{0.21 + 0.21B}{1 - 0.24B - 0.19B^2} x_{1t} + \frac{1 - 0.40B - 0.22B^2}{1 - B} a_t, \quad \sigma_a = 0.59$$

Modell 2:

$$y_t - 2.81 = \frac{0.21 + 0.21B}{1 - 0.25B - 0.19B^2} (x_{1t} - 2.62) + \frac{1 - 0.36B - 0.19B^2}{1 - 0.93B} a_t, \quad \sigma_a = 0.58$$

Et anslag for estimatenes standardavvik er gitt i tabell 4.5 nedenfor

Parameter	Standardavvik	
	Modell 1	Modell 2
$\mu$	-	0.23
$\omega_0$	0.02	0.02
$\omega_1$	0.04	0.04
$\delta_1$	0.14	0.15
$\delta_2$	0.12	0.12
$\phi$	-	0.03
$\theta_1$	0.06	0.07
$\theta_2$	0.06	0.07

Tabell 4.5 Asymptotiske standardavvik for parameterestimatorene i modell 1 og modell 2

Modell 2 gir det minste residuale standardavvik, og er å foretrekke ut fra det kriteriet. Forskjellen er imidlertid liten mellom de to modellene.

De to modellene er i det hele så like at det ikke er grunn til å vente at de vil falle særlig forskjellig ut, ut fra noen vurderingskriterier. Den betydeligste forskjellen ligger i prognoseusikkerheten, siden modell 1 er stasjonær og dermed kan prognostisere tidsrekken i all fremtid med begrenset usikkerhet, mens usikkerheten i prognosene basert på modell 2 vil vokse over alle grenser når prognosehorisonten går mot uendelig. Innenfor en begrenset horisont vil imidlertid forskjellen være liten.

#### 4.2.1.4 Diagnostisering

For at en transfer-modell skal være tilfredsstillende er det to krav som må være oppfylt: For det første må det ikke være noen signifikant kryssrelasjon igjen mellom prewhitened input og residualene, for det andre skal residualene ikke være signifikant autokorrelerte.

I tabell 4.6 og 4.7 er det gitt den estimerte krysskorrelasjonen mellom prewhitened input og residualene fra de to modellene. Under hypotesen om at alle krysskorrelasjoner er 0 har disse estimatene et standardavvik på  $1/\sqrt{n_{res}}$ , hvor  $n_{res}$  er antall residualer. Her er  $n_{res} = 277$ , hvilket innebærer at krysskorrelasjoner ut over ca 0.12 i tallverdi er av betydning.

Fra tabell 4.6 ses at krysskorrelasjonen på avstand 7 er i største laget. Det er imidlertid ingen rimelig grunn til at tilsiget skal la seg påvirke av netto nedbøren akkurat 7 perioder tidligere, og vi har valgt ikke å forsøke å modellere denne litt store krysskorrelasjonen. Tabell 4.7 er nesten identisk med tabell 4.6, hvilket ikke er overraskende når man ser hvor like de to modellene er.

I tabell 4.8 og 4.9 er det gitt estimert autokorrelasjonsfunksjon for residualene fra de to modellene. Begge residualseriene har en litt stor autokorrelasjon på avstand 5, men som helhet betraktet er begge autokorrelasjonsfunksjonene tilfredsstillende. For modell 1 er kji-kvadratobservatoren  $Q_{18} = 19.4$  med 18 frihetsgrader, for modell 2  $Q_{16} = 20.1$  med 16 frihetsgrader. Ut fra residual autokorrelasjon er altså modell 1 best, men forskjellen er liten.

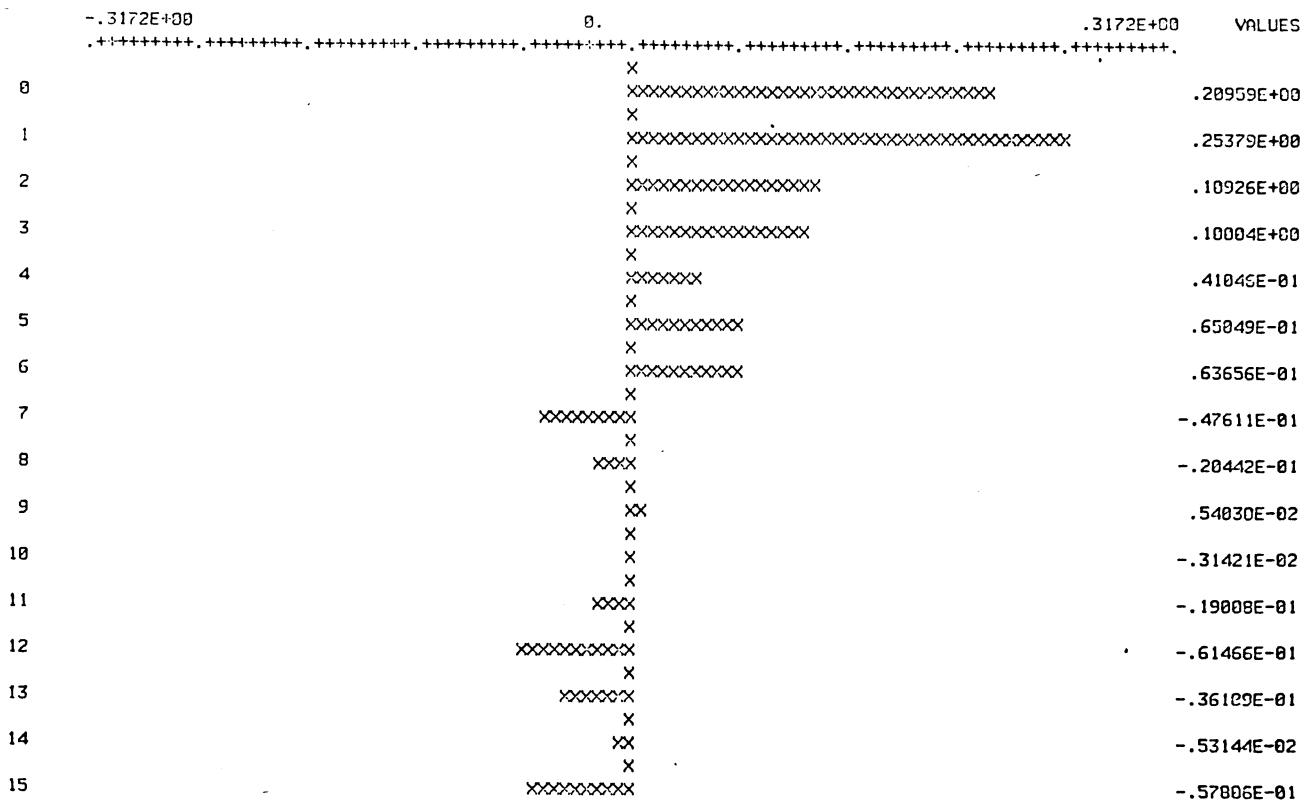
For å velge mellom de to modellene har vi beregnet gjennomsnittlig kvadratisk prognosefeil for prognosene for de tolv siste pentadene i 1975, basert på de to modellene. For modell 1 er denne 0.295, mens modell 2 gir 0.282. Forskjellen er heller ikke her stor, men vi har valgt å basere oss på den stasjonære modell 2 som modell for relasjonen tilsig - netto nedbør i Nelaug.

#### 4.2.1.5 Transfer-modell prognoser

For å kunne benytte modellen til prognostisering er det nødvendig med prognosene for input-serien. Denne kan selvsagt også prognostiseres ved hjelp av den univariate modellen som beskriver netto nedbøren. Vi antar imidlertid at det er mulig, ved å trekke inn meteorologisk ekspertise, å lage vesentlig brede korttids prognosene for netto nedbør enn de univariat modell vil gi. For enkelhets skyld har vi derfor benyttet de virkelige

### GRAPH OF IMPULSE RESPONSE WEIGHTS

GRAPH INTERVAL IS .6345E-02



Figur 4.1. Estimert impuls-responsvektfunksjon for relasjonen netto-nedbør - tilsig i Nelaug

## CROSS CORRELATIONS

SERIES 1 - PREWHITENED STASJON: 517 KODE: 91  
SERIES 2 - THE ESTIMATED RESIDUALS - MODEL 1

MEAN OF SERIES 1	=	- .37933E-02
ST. DEV. OF SERIES 1	=	.15973E+01
MEAN OF SERIES 2	=	- .50677E-02
ST. DEV. OF SERIES 2	=	.58401E+00

## CROSS CORRELATIONS

SERIES 1 - PREWHITENED STASJON: 517 KODE: 91  
SERIES 2 - THE ESTIMATED RESIDUALS - MODEL 2

MEAN OF SERIES 1	=	-.37933E-02
ST. DEV. OF SERIES 1	=	.15973E+01
MEAN OF SERIES 2	=	.33219E-03
ST. DEV. OF SERIES 2	=	.57537E+00

NUMBER OF LAGS ON SERIES 1	CROSS CORRELATION	NUMBER OF LAGS ON SERIES 1	CROSS CORRELATION
0	-.013	0	-.009
1	-.021	1	-.018
2	-.011	2	-.009
3	-.006	3	-.004
4	-.056	4	-.057
5	.042	5	.041
6	.081	6	.080
7	-.147	7	-.150
8	.010	8	.004
9	.009	9	.005
10	.009	10	.003
11	-.027	11	-.032
12	-.098	12	-.106
13	.026	13	.018
14	.074	14	.057
15	-.061	15	-.070

Tabell 4.6 Krysskorrelasjoner mellom prewhitened netto-nedbør og residualene fra modell 1

Tabell 4.7 Krysskorrelasjoner mellom prewhitened netto-nedbør og residualene fra modell 2

## AUTOCORRELATION FUNCTION

## DATA - THE ESTIMATED RESIDUALS - MODEL 1

1- 10	-.01	-.01	.01	-.05	.14	-.18	-.00	.09	-.01	.09
ST.E.	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06
11- 20	-.06	.04	-.04	-.03	-.01	-.08	-.02	-.05	.03	.04
ST.E.	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06
21- 30	-.05	-.06	-.18	-.03	-.01	-.04	.01	-.02	-.02	.03
ST.E.	.06	.06	.06	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
31- 40	-.03	-.02	.02	-.08	-.04	-.11	-.00	.04	.00	.03
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
41- 50	-.02	-.05	-.16	-.07	.05	-.02	-.05	-.02	-.03	.05
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
51- 60	.03	.02	.00	-.09	-.06	-.02	.03	.05	-.01	.03
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
61- 70	.08	-.01	.03	.02	.04	.04	-.00	.04	.10	-.04
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
71- 80	.05	.02	-.01	.06	.02	-.04	.06	.07	.03	.08
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = .14442E+00

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE .19391E+02  
 SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 18 DEGREES OF FREEDOM

## AUTOCORRELATION FUNCTION

## DATA - THE ESTIMATED RESIDUALS - MODEL 2

1- 10	-.01	-.02	.01	-.04	.15	-.09	.01	.11	.00	.10
ST.E.	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06
11- 20	-.05	.05	-.03	-.02	-.00	-.07	-.01	-.04	.04	.05
ST.E.	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06
21- 30	-.06	-.06	-.10	-.03	-.01	-.04	.01	-.02	-.03	.02
ST.E.	.06	.06	.06	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
31- 40	-.09	-.03	.01	-.03	-.04	-.12	-.01	.03	-.01	.03
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
41- 50	-.02	-.05	-.17	-.08	.04	-.02	-.05	-.03	-.03	.05
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
51- 60	.03	.02	.00	-.09	-.06	-.02	.03	.06	-.00	.03
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
61- 70	.08	-.00	.03	.02	.04	.04	.00	.04	.10	-.04
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
71- 80	.06	.03	-.00	.07	.02	-.03	.06	.08	.03	.03
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = .96090E-02

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE .20104E+02  
 SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 16 DEGREES OF FREEDOM

Tabell 4.8 Estimert autokorrelasjonsfunksjon for residualene fra modell 1

Tabell 4.9 Estimert autokorrelasjonsfunksjon for residualene fra modell 2

verdier av netto nedbøren som input til transfer-modellen under prognostiseringen.

I tabell 4.10 er det gitt prognosenter for de tolv pentadene i november og desember 1975; periodene 281 - 292, med utgangspunkt i periode 280, med tilnærmede 90% konfidensgrenser. Tabellen inneholder også oppdaterte ett-trinnsprognosenter for den samme perioden, samt de virkelige verdier av tilsig og netto nedbør. Prognosene følger de virkelige verdier rimelig godt, vurdert ut fra usikkerheten, med unntak av periode 284, hvor prognosene grovt underestimerer tilsiget.

#### 4.2.2 Simulert tilsig som input

##### 4.2.2.1 Univariat modell for input serien

Den vanlige univariante modellbyggingsprosessen gir at det simulerte tilsig lar seg tilfredsstillende representer ved ARMA(1,1)-modellen

$$(1 - 0.69B)(x_{3t} - 2.89) = (1 + 0.26B)a_t$$

Hvor  $x_{3t} = \ln(1 + \text{sim. tilsig i pentade nr } t)$

##### 4.2.2.2 Transfer-funksjon identifisering

Tabell 4.11 viser krysskorrelasjonsfunksjonen mellom prewhitened simulert tilsig og tilsig, og figur 4.2 den estimerte impulsresponsvektfunksjonen. Det er tydelig at impulsresponsvekt-funksjonen består av en eneste positiv verdi, dvs  $v(B) = \omega_0$ .

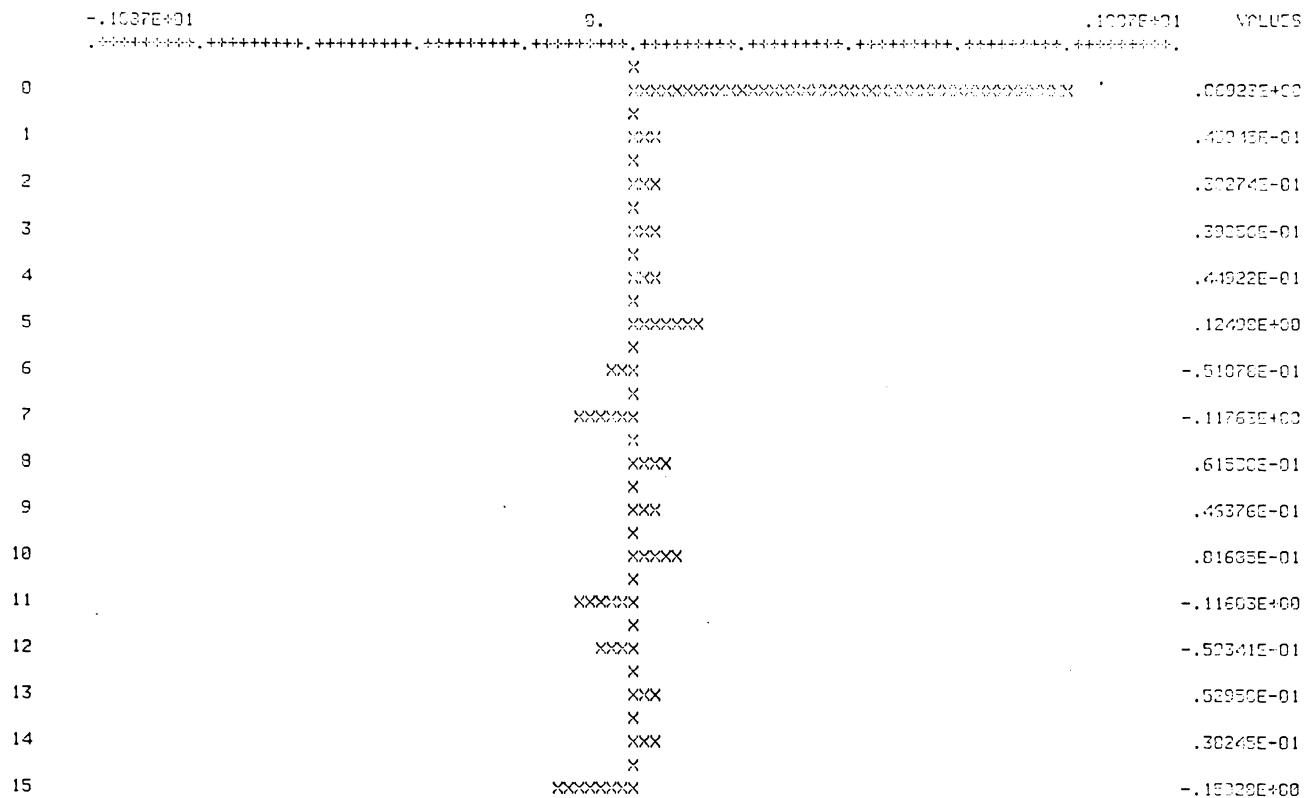
I tabell 4.12 er det gitt autokorrelasjonsfunksjon og partiell autokorrelasjonsfunksjon for støy-prosessen som er beregnet ut fra de estimerte impulsresponsvektene. Forløpet av autokorrelasjoner og partielle autokorrelasjoner indikerer at støyprosessen kan modelleres som en ARMA(1,2)-modell. Identifiseringen gir altså som forslag til modell

$$y_t - \mu = \omega_0(x_{3t} - 2.89) + \frac{1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2}{1 - \phi B} a_t$$

hvor  $y_t = \ln(1 + \text{tilsig i pentrade nr } t)$

og  $x_{3t} = \ln(1 + \text{simulert tilsig i pentrade nr } t)$

GRAPH INTERVAL IS .2173E-01



Figur 4.2 Estimert impuls-responsvekt funksjon for relasjonen mellom simulert tilsig og tilsig i Nelaug

Periode	Prognosering med utgangspunkt i periode 353			Oppdaterte ett-trinnsprognos			Observeret tilslig	Observeret netto-nedbør
	nedre konf. grense	90% prognoseverdi	øvre konf. grense	nedre konf. grense	90% prognoseverdi	øvre konf. grense		
281	4.1	12.2	33.4	4.1	12.2	33.4	15.6	29.1
282	2.6	9.9	32.0	3.8	11.4	31.3	10.0	0.5
283	2.4	9.6	32.8	3.1	9.7	26.9	10.5	34.8
284	4.8	18.2	62.5	6.9	19.6	52.7	77.3	31.6
285	6.8	25.6	89.8	22.0	58.9	155.1	32.4	83.9
286	8.9	33.8	121.2	14.8	40.1	106.1	84.0	45.0
287	10.7	41.0	149.8	30.8	81.9	215.0	50.3	110.1
288	10.6	41.6	155.1	19.4	52.1	137.4	37.1	29.3
289	7.7	31.6	120.7	13.0	35.4	93.8	31.0	25.5
290	4.4	19.5	76.8	7.7	21.5	57.6	20.0	35.2
291	3.4	16.0	64.2	6.0	17.1	46.2	20.1	22.9
292	4.1	18.6	75.1	7.9	22.1	59.2	22.0	15.0

Tabell 4.10 Prognosar for tilsig i Nelaug basert på netto-  
nedbør input, nov - des 1975

## CROSS CORRELATIONS

SERIES 1 - PREWHITENED STASJON: 517 KODE: 91  
 SERIES 2 - PREWHITENED STASJON: 517 KODE: 20

MEAN OF SERIES 1 = .12477E-01  
 ST. DEV. OF SERIES 1 = .65435E+00  
 MEAN OF SERIES 2 = -.21650E-04  
 ST. DEV. OF SERIES 2 = .74779E+00

NUMBER OF LAGS ON SERIES 1	CROSS CORRELATION
0	.761
1	.049
2	.033
3	.034
4	.039
5	.109
6	-.045
7	-.103
8	.054
9	.041
10	.071
11	-.102
12	-.052
13	.046
14	.033
15	-.131

## AUTOCORRELATION FUNCTION

## DATA - THE GENERATED NOISE SERIES

## ORIGINAL SERIES

MEAN OF THE SERIES = -.51105E-01  
 ST. DEV. OF SERIES = .51910E+00  
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 274

1- 10	.50	.24	.21	.18	.22	.10	.11	.09	.06	.00
ST.E.	.06	.07	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.00
11- 20	-.01	.00	-.05	-.02	.02	-.09	-.07	-.08	-.05	-.06
ST.E.	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.08	.09	.09	.00
21- 30	-.13	-.14	-.13	-.08	.00	.03	.02	-.03	.03	.05
ST.E.	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.00
31- 40	-.02	-.08	.00	.01	-.03	-.08	-.05	.00	-.02	-.05
ST.E.	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.00
41- 50	-.00	-.09	-.12	-.04	.04	-.01	-.09	-.08	-.05	-.07
ST.E.	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.00
51- 60	-.09	-.12	-.10	-.09	-.08	-.05	-.03	.01	.02	.00
ST.E.	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.00
61- 70	-.01	-.05	-.02	.01	-.02	-.05	-.08	-.03	-.03	-.01
ST.E.	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.00
71- 80	.05	.11	.10	.05	.12	.07	.02	.03	.05	.03
ST.E.	.09	.09	.09	.09	.09	.09	.10	.10	.10	.00

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = .17250E+01

Tabell 4.11 Krysskorrelasjoner mellom prewhitened tilsig og simulert tilsig, Nelaug

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE .20771E+03 SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 83 DEGREES OF FREEDOM

## PARTIAL AUTOCORRELATIONS

1- 10	.50	-.02	.14	.04	.14	-.11	.11	-.06	.03	.01
11- 20	-.08	.02	-.09	.07	-.01	-.10	.01	-.03	.02	-.06

Tabell 4.12 Autokorrelasjoner og partielle autokorrelasjoner for støyprosessen

#### 4.2.2.3 Transfer-funksjon estimering

Estimering av de fem ukjente parametere i modellen gir

$$y_t - 2.77 = 0.91(x_{3t} - 2.89) + \frac{1-0.37B-0.28B^2}{1-0.89B} a_t, \sigma_a = 0.44$$

Tabell 4.13 nedenfor gir et anslag for standardavviket til parameterestimatene

Parameter	$\mu$	$\omega_0$	$\phi$	$\theta_1$	$\theta_2$
St. avvik	0.08	0.04	0.07	0.10	0.08

Tabell 4.13 Asymptotiske standardavvik for parameterestimatene

#### 4.2.2.4 Diagnostisering

Tabell 4.14 viser estimert krysskorrelasjon mellom prewhitened input og residualene fra modellen over. Under hypotesen om ingen krysskorrelasjon er standardavviket for estimatene ca 0.06. Vurdert ut fra dette er det mulig at det er noe korrelasjon igjen på avstand 2, som kunne bygges inn i modellen. Den store krysskorrelasjonen på avstand 15 tillegger vi liten betydning. Vi har imidlertid valgt å ikke raffinere transfer-modellen ytterligere, da den eventuelle gevinst vil være liten.

I tabell 4.15 er det gitt estimert autokorrelasjonsfunksjon for residualene. Det er et noe overraskende "mønster" med relativt store residualer på avstand 5, 10 og 15, som antyder en viss "sesongvariasjon" på fem pentader. Dette kunne også vært bygget inn i modellen, men så lenge det ikke er noen rimelig grunn til en slik variasjon, velger vi å sette dette på tilfeldighetenes konto og ikke gå videre.

#### 4.2.2.5 Transfer-modell prognosør

Som for tilfellet med netto-nedbør har vi benyttet de faktiske simulerte til-sigsverdiene som input til transfermodellen under prognostiseringen. Tabell 4.16 gir prognosør for de tolv pentadene i november og desember 1975, periodene 281 - 292, med tilnærmede 90% konfidensgrenser. I tabellen er det også gitt oppdaterte ett-trinnsprognosør og de reelle verdiene av tilsig og simulert tilsig.

## CROSS CORRELATIONS

SERIES 1 - PREWHITENED STASJON: 517 KODE: 91  
 SERIES 2 - THE ESTIMATED RESIDUALS - MODEL 1

MEAN OF SERIES 1 = .12477E-01  
 ST. DEV. OF SERIES 1 = .65435E+00  
 MEAN OF SERIES 2 = -.24309E-03  
 ST. DEV. OF SERIES 2 = .43917E+00

## AUTOCORRELATION FUNCTION

DATA - THE ESTIMATED RESIDUALS - MODEL 1

ORIGINAL SERIES  
 MEAN OF THE SERIES =-.24309E-03  
 ST. DEV. OF SERIES = .43917E+00  
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 279

NUMBER OF LAGS ON SERIES 1	CROSS CORRELATION
0	-.052
1	.017
2	.113
3	.093
4	.002
5	.043
6	.003
7	-.063
8	.010
9	.001
10	.010
11	-.023
12	-.042
13	-.057
14	.042
15	-.156

1- 10	-.02	-.02	.03	-.06	.15	-.08	.06	.03	-.02	.12
ST.E.	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.06
11- 20	-.08	.05	-.07	-.03	.11	-.13	.03	-.04	.05	.03
ST.E.	.06	.06	.06	.06	.06	.06	.07	.07	.07	.07
21- 30	-.08	-.05	-.06	-.06	.04	.03	.02	-.08	-.00	.05
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
31- 40	-.11	-.01	-.04	-.00	-.03	-.10	-.02	.03	-.01	-.02
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
41- 50	-.06	-.02	-.10	-.02	.11	.01	-.07	-.04	-.01	-.03
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
51- 60	-.01	-.03	.01	.01	-.03	.04	.01	.07	.03	.03
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
61- 70	.05	-.03	.02	.06	-.00	.01	-.07	.03	-.03	-.01
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07
71- 80	.02	.06	.07	-.06	.12	.02	-.04	.00	-.01	.06
ST.E.	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07	.07

MEAN DIVIDED BY ST. ERROR = .94663E-02

TO TEST WHETHER THIS SERIES IS WHITE NOISE, THE VALUE .28453E+02  
 SHOULD BE COMPARED WITH A CHI-SQUARE VARIABLE WITH 16 DEGREES OF FREEDOM

Tabell 4.15 Autokorrelasjoner for residualene

bell 4.14 Krysskorrelasjon mellom  
 prewhitened simulert  
 tilsig og residualene

Periode	Prognosering med utgangspunkt i periode 280			Oppdaterte ett-trinns prognosering			Observeret verdi	Observeret simulert tilsig
	nedre 90% konf. grense	prognose-verdi	øvre 90% konf. grense	nedre 90% konf. grense	prognose-verdi	øvre 90% konf. grense		
281	2.9	7.1	15.9	2.9	7.1	15.9	15.6	7.2
282	2.1	6.0	14.9	3.9	9.1	19.9	10.0	5.5
283	2.1	6.2	15.5	3.1	7.5	16.6	10.5	5.8
284	2.0	47.6	111.8	30.3	63.3	132.6	77.3	55.3
285	1.1	26.9	64.4	16.5	35.3	74.1	32.4	29.6
286	2.3	54.9	130.0	30.0	63.1	131.6	84.0	65.2
287	2.4	57.6	137.0	37.0	77.5	161.4	50.3	69.0
288	1.7	42.1	100.7	19.0	40.3	84.4	37.1	49.0
289	1.3	32.4	78.0	15.8	33.8	71.0	31.0	36.9
290	9.7	24.4	59.2	11.5	24.8	52.4	20.0	27.1
291	8.3	21.1	51.4	8.9	19.5	41.4	20.1	23.1
292	6.0	15.6	38.4	7.1	15.8	33.8	22.0	16.6

Tabell 4.16 Prognosering for tilsig i Nelaug basert på simulert tilsig som input, nov - des 1975

Periode	Prognosering med utgangspunkt i periode 353			Oppdaterte ett-trinns prognosering			Observeret verdi	Observeret netto-nedbør
	nedre 90% konf. grense	prognose-verdi	øvre 90% konf. grense	nedre 90% konf. grense	prognose-verdi	øvre 90% konf. grense		
354	3.1	6.7	13.6	3.1	6.7	13.6	7.6	57.0
355	2.6	7.3	18.0	3.7	8.0	16.1	9.6	0.9
356	1.2	4.7	13.6	2.7	6.1	12.5	6.8	0.0
357	0.5	3.1	10.0	1.7	4.2	8.9	5.3	0.0
358	0.2	2.3	8.2	1.4	3.6	7.7	4.5	0.0
359	0.0	1.8	7.1	1.3	3.4	7.4	4.1	0.0
360	0.0	1.5	6.5	1.2	3.2	6.9	4.1	0.0
361	0.0	1.4	6.5	1.3	3.3	7.2	3.9	0.3
362	0.0	1.4	6.7	1.3	3.4	7.4	3.8	0.0
363	0.0	1.2	6.3	1.2	3.2	7.0	3.5	0.0
364	0.0	1.2	6.6	1.2	3.1	6.8	3.3	0.0
365	0.0	1.4	7.5	1.4	3.6	7.7	3.2	4.2

Tabell 4.17 Prognosering for tilsig i Knappom, basert på nettonedbør som input, nov - des 1973

#### 4.3 Tilsigsdata fra Knappom

For Knappom er det bare laget modell for relasjonen mellom netto-nedbør og tilsig. Netto-nedbøren i Knappom lar seg tilfredsstillende representere ved den univariate modellen

$$(1-B)x_{1t} = (1 - 0.43B - 0.24B^2)a_t$$

På samme måte som for Nelaug identifiserer og estimerer vi transfer-modellen til

$$y_t = \frac{1 - 0.08B + 0.12B^2}{1 - 0.68B} x_{1t} + \frac{1 - 0.18B - 0.11B^2 - 0.26B^3}{1 - B} a_t, \sigma_a = 0.39$$

Igjen er  $y_t = \ln(1 + \text{tilsig i periode } t)$

og  $x_{1t} = \ln(1 + \text{netto-nedbør i periode } t)$ .

Heller ikke her fant vi at temperaturen hadde noen (lineær) effekt.

Tabell 4.17 gir prognoser for periodene 354 - 365, dvs de 12 siste pentader av 1973, basert på faktisk observert netto-nedbør.

#### 4.4 Tilsigsdata fra Ølsjø

For Ølsjø har vi modellert både netto-nedbør som input og simulert tilsig som input.

Univariate modeller for de to variablene er bestemt som

$$(1-B)x_{1t} = (1 - 0.46B)a_t \text{ for netto-nedbør}$$

$$(1-B)x_{3t} = a_t \text{ for simulert tilsig}$$

Effekten av temperaturen er også her neglisjerbar.

Transfer-modellene er identifisert og estimert til

$$y_t = \frac{1 - 0.24B + 0.11B^2}{1 - 0.58B} x_{1t} + \frac{1 - 0.83B}{(1-B)(1-0.54B)} a_t, \sigma_a = 0.37$$

med netto-nedbør som input, og

$$y_t = 0.78x_{3t} + \frac{1 - 1.21B + 0.19B^2}{(1-B)(1-0.86B)} a_t, \sigma_a = 0.32$$

med simulert tilsig som input. Igjen er

$$\begin{aligned}y_t &= \ln(1 + \text{tilsig i periode } t) \\x_{1t} &= \ln(1 + \text{netto-nedbør i periode } t) \\x_{3t} &= \ln(1 + \text{simulert tilsig i periode } t)\end{aligned}$$

Tabell 4.18 og 4.19 gir prognoser for periodene 281 - 292, nov - des 1975, basert på faktisk observert netto-nedbør og simulert tilsig respektive. Uheldigvis er denne perioden preget av dårlig data-kvalitet, og det er vanskelig å trekke noen konklusjoner ut av tabellene. De er imidlertid tatt med for fullstendighetens skyld.

## 5. Sammenligning av simulert og observert tilsig

Vi skal i dette kapittelet se litt på hvor godt det simulerte tilsiget ut fra SNSF-modellen representerer det reelle tilsiget. Sammenligningen er begrenset til Nelaug.

### 5.1 Univariat modellsammenligning

Som vist i 3.1 kan det reelle tilsiget representeres ved modellen

$$(1 - 0.79B)(y_t - 2.81) = a_t, \quad \sigma_a = 0.74$$

mens det simulerte tilsiget kan beskrives ved

$$(1 - 0.69B)(x_t - 2.89) = (1 + 0.26B)a_t, \quad \sigma_a = 0.66$$

hvor  $y_t = \ln(1 + \text{tilsig i periode } t)$   
og  $x_t = \ln(1 + \text{simulert tilsig i periode } t)$ .

Det er en tendens til at simuleringsmodellen gir for høy middelverdi og for liten spredning. Dette kan ha sin forklaring i at det er noen få hull i den reelle tilsigserien, hvor det er satt inn null.

Dette skjer riktignok alltid i situasjoner med liten vannføring, men likevel vil dette kunne ha nettopp den effekt at middelverdien trekkes ned og spredningen øker.

Korrelasjonsstrukturen i de to seriene er rimelig lik. Riktignok behøves det et MA-ledd ekstra for å beskrive den simulerte serien, men MA-parameteren er relativt liten. Grovt sett synes det som om de to seriene er rimelig like hva angår univariat modellrepresentasjon.

Periode	Prognosering med utgangspunkt i periode 280			Oppdaterte ett-trinnsprognosering			Observeret verdi	Observeret netto-nedbør
	nedre 90% konf. grense	prognose-verdi	øvre 90% konf. grense	nedre 90% konf. grense	prognose-verdi	øvre 90% konf. grense		
281	0.0	0.0	0.7	0.0	0.0	0.7	0.0	1.2
282	0.0	0.0	0.5	0.0	0.0	0.4	0.0	0.0
283	0.0	0.0	0.3	0.0	0.0	0.3	0.0	0.0
284	0.0	0.0	0.2	0.0	0.0	0.4	0.0	0.0
285	0.0	0.0	0.1	0.0	0.0	0.5	0.7	0.0
286	0.0	0.0	0.1	0.0	0.2	1.2	0.6	0.0
287	0.0	0.0	0.1	0.0	0.2	1.2	1.1	0.0
288	0.0	0.0	0.1	0.0	0.5	1.8	0.6	0.0
289	0.0	0.0	0.1	0.0	0.3	1.4	0.7	0.0
290	0.0	0.0	0.2	0.0	0.5	1.8	0.4	0.1
291	0.0	0.0	0.4	0.0	0.5	1.8	0.6	0.6
292	0.0	0.0	1.1	0.2	1.3	3.2	2.8	5.2

Tabell 4.18 Prognosering for tilsig i Ølsjø basert på nettonedbør som input, nov - des 1975

Periode	Prognosering med utgangspunkt i periode 280			Oppdaterte ett-trinnsprognosering			Observeret verdi	Observeret simulert tilsig
	nedre 90% konf. grense	prognose-verdi	øvre 90% konf. grense	nedre 90% konf. grense	prognose-verdi	øvre 90% konf. grense		
281	0.0	0.0	0.6	0.0	0.0	0.6	0.0	2.7
282	0.0	0.0	0.7	0.0	0.0	0.6	0.0	2.0
283	0.0	0.0	0.9	0.0	0.0	0.7	0.0	1.7
284	0.0	0.0	1.1	0.0	0.1	0.8	0.0	1.6
285	0.0	0.0	1.0	0.0	0.0	0.6	0.7	1.1
286	0.0	0.0	1.1	0.0	0.4	1.4	0.6	1.0
287	0.0	0.0	1.2	0.0	0.4	1.4	1.1	0.9
288	0.0	0.0	1.1	0.0	0.7	1.9	0.6	0.7
289	0.0	0.0	1.1	0.0	0.5	1.5	0.7	0.5
290	0.0	0.0	1.1	0.0	0.5	1.5	0.4	0.5
291	0.0	0.1	1.5	0.0	0.6	1.7	0.6	0.7
292	0.0	0.9	3.4	0.5	1.6	3.4	2.8	2.5

Tabell 4.19 Prognosering for tilsig i Ølsjø basert på simulert tilsig som input, nov - des 1975

## 5.2 Kryss-korrelasjonssammenligning

I tabell 4.11 er det vist krysskorrelasjonsfunksjonen mellom prewhitened tilsig og simulert tilsig. Korrelasjonen på avstand 0 er 0.76, ingen andre korrelasjoner er signifikant forskjellig fra 0. Dette er mønsteret som man vil forvente av en god simuleringsmodell, selv om korrelasjonskoeffisienten på avstand 0 vel kunne vært høyere.

## 5.3 Vurdering av støy-prosessen

Ideelt sett burde støyen i transfer-modellen være hvit, slik at det ikke er noe systematisk avvik mellom den simulerte og den observerte tilsigsserien. Som det fremgår av tabell 4.12 er dette langt fra tilfellet; støy-prosessen er nokså sterkt autokorrelert. Ved å modellere denne autokorrelasjonen reduseres støy-standardavviket fra 0.52 til 0.44, en ganske betydelig reduksjon. For å undersøke hvorvidt det simulerte tilsiget utnyttet all tilgjengelig informasjon i netto-nedbørserien, beregnet vi krysskorrelasjonen mellom netto-nedbør og residualene fra transfer-modellen. Beregningen ga ingen signifikante krysskorrelasjoner, så det er ikke noen samvariasjon mellom nettonedbør og avvikene mellom simulert og observert tilsig.

## 5.4 Konklusjon

Simuleringsmodellen gir et nokså godt bilde av den reelle tilsigsserien. Hovedankepunktet er at avvikene mellom observert og simulert tilsig ikke er uavhengige, men følger en ARMA-prosess.

## 6. Sammendrag

Vi har vist at de hydrologiske tilsigsserier vi har sett på lar seg tilfredsstillende representer ved univariate ARIMA-modeller, på grensen mellom stasjonæritet og ikke-stasjonæritet, etter at data er blitt logaritmisk transformert.

Videre har vi ikke funnet noen lineær sammenheng mellom tilsig og temperatur for noen av stasjonene.

Sammenhengen mellom netto-nedbør og tilsig har i alle tre tilfelle latt seg modellere ved en lineær transfer-modell med impulsresponsvektfunksjon

$$v(B) = \frac{\omega_0 - \omega_1 B}{1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2}$$

hvor  $\delta_2 = 0$ , bortsett fra for Nelaug. Støyprosessen er for alle tre stasjoner sterkt autokorrelert.

Med simulert tilsig som input er impulsresponsvektfunksjonen som ventet  $v(B) = \omega_0$ , mens støyen fremdeles er ganske sterkt korrelert.

Prognosesikkerheten på ett-trinnsprognosser varierer, men er i beste fall ca 30%. Prosessen er også svært vanskelige å prognostisere, selv på kort sikt.

#### Referanser

- Box, G.E.P. and Jenkins, G.M. (1970) Time Series Analysis, Forecasting and Control. San Francisco: Holden Day.
- Chatfield, C. and Prothero, D.L. (1973) Box-Jenkins seasonal forecasting: problems in a case study. J.R.Statist.Soc. A, 136, 295 - 336.
- Lawrance, A.J. and Kottekoda, N.T. (1977) Stochastic modelling of riverflow time series, J.R.Statist.Soc. A, 140, 1 - 47
- Lundquist, D. (1976) Simulering av det hydrologiske kretsløp. Erfaringer fra Birkenesfeltet. IR - 23/76, SNSF-prosjektet.
- McKerchar, A.I. and Delleur, J.W. (1972) Stochastic analysis of monthly flow data. Application to lower Ohio river tributaries. Technical Report No. 26, Purdue University Water Resources Research Center
- Aam, S., Fossdal, M., Wingård, B., Killingtveit, Å., Fjeld, M. (1977) Hydrologisk modell for drift av kraftverk. Rapport fra et felles forskningsprosjekt mellom EFI, NVE, NTH og SINTEF.

## Andre NR-rapporter

- Damsleth, E : Programmer for tidsrekkeanalyse av univariate modeller, intervention modeller og multippel input transfer modeller ved Box & Jenkins' metode.  
Brukerveiledning  
Publikasjonsnr 597  
Norsk Regnesentral 1978
- Damsleth, E &  
Sollie, B : Tidsrekker - teledata. Bruk av tids-  
rekkemodeller i simuleringer og tra-  
fikkmålinger  
Publikasjonsnr 583  
Norsk Regnesentral 1977
- Mohn, E : Noen metoder for å vurdere forutset-  
ningene i den multiple regresjons-  
modell  
Publikasjonsnr 490  
Norsk Regnesentral 1974
- Spurkland, S : Hovedkomponent analyse. En elementær  
innføring  
Publikasjonsnr 548  
Norsk Regnesentral 1976
- Tjugen, O : Transformasjoner til normalitet,  
konstant varians og enkel forventnings-  
struktur  
Publikasjonsnr 459  
Norsk Regnesentral 1974
- Volden, R &  
Spjøtvoll, E En oversikt over metoder i faktor-  
analyse  
Publikasjonsnr 576  
Norsk Regnesentral 1977